

# 分形图像压缩技术在神经网络中的实现

丁 珊<sup>1</sup>, 刘希玉<sup>2</sup>, 周晓一<sup>1</sup>

(1. 山东师范大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250014;

2. 山东师范大学 管理与经济学院, 山东 济南 250014)

**摘 要:**由于分形图像压缩技术具有解码分辨率无关性、快速编码及高压缩比和低损耗率等特点而被广泛应用,但基于迭代函数系统的分形图像编码方法却存在着计算量大的缺点,采用神经网络对分形图像进行压缩及解压缩目的在于解决压缩时间较长等问题。文中使用神经网络方法以并行方式完成对分形图像的压缩与解压缩。并通过实验,在实验中结合非线性网络和最速下降法实现对分形图像的压缩,在基本保证重建图像质量的前提下,减少了压缩时间,提高了压缩质量,进而说明神经网络技术应用于分形图像压缩中的可行性。

**关键词:**分形图像;压缩;神经网络

**中图分类号:**TP391

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2010)11-0055-04

## Implementation of Fractal Image Compression Technology on Neural Network

DING Shan<sup>1</sup>, LIU Xi-yu<sup>2</sup>, ZHOU Xiao-yi<sup>1</sup>

(1. Department of Information Science and Engineering, Shandong Normal University, Jinan 250014, China;

2. Department of Management and Economy, Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

**Abstract:** In image compression technology, fractal image packing coding method has some characters such as irrelevance of decoding resolution ratio, fast encoding, high compression ratio and low rate of loss and so on. But the fractal image packing coding method based on iterative function system has some shortcomings, likes huge calculated amount. Neural networks is used in image compression and decompression, in order to resolve issues such as decompression time is too long. Gives the parallel method of neural network to finish the count of fractal image compression and decompression. And in the experiment, nonlinear network and method of steepest descent are combined for fractal image compression. On the premise of quality assurance of the reconstruction image, times are shorten, qualities are improved. This shows the feasibility of neural network is used in fractal image compression and decompression.

**Key words:** fractal image; compression; neural network

## 0 引 言

分形图像压缩方法因其编码效率高、与分辨率无关、算法思想简单等优势,成为当今国际图像编码领域令人瞩目的研究方向。Mandelbort 创立分形几何,提出基于分形理论的方法生成图像;随后,Jacquin 提出分块迭代函数系统(PIFS),进而改进了迭代函数系统(IFS)。利用分形图像压缩方法,IFS 能够成功利用图像中存在的自相似特征,从而获得较高的压缩比,然而这种方法却存在着计算量大的缺点。

人工神经网络由大量简单的神经元模型所组成,模拟人脑的功能。人工神经网络技术具有良好的容错性、自组织性和自适应性,因此在图像压缩过程中,神经网络能根据图像本身的信息特点,自主地完成图像编码和压缩。Stark 首次提出将神经网络应用于 IFS,但此时神经网络方法仅仅用在 IFS 解压缩程序<sup>[1]</sup>。将神经网络技术应用于迭代函数系统中,可自动获得分形码。文中则是将神经网络应用于对分形图像的压缩技术中。

## 1 分形图像压缩编码

分形图像压缩编码方法的基本思想是:利用图像处理技术将原始图像分割成若干个子图像,然后为分割后的每一个子图像寻找迭代函数,并且设置子图像以迭代函数的形式存储。解压缩时,只需调出每个子

收稿日期:2010-03-29;修回日期:2010-06-10

基金项目:国家自然科学基金重大项目(60873058,60743010);山东省自然科学基金重大项目(Z2007G03)

作者简介:丁 珊(1985-),女,硕士研究生,研究方向为神经网络;刘希玉,“泰山学者”,教授,博士生导师,研究方向为神经网络、数据挖掘。

图像对应的迭代函数,进行反复迭代,从而恢复出原始子图像。

### 1.1 分形图像压缩的理论基础

分形压缩技术主要是利用自相似特点,通过迭代函数系统实现,该方法的理论基础是迭代函数系统定理、拼贴原理和不动点定理<sup>[2]</sup>。

#### 1.1.1 迭代函数系统(IFS)

设  $D$  为  $n$  维欧氏空间  $R_n$  上闭子集,若存在实常数  $\lambda, 0 < \lambda < 1$ ,使得

$$d(w(x), w(y)) \leq \lambda d(x, y) \quad x, y \in D \quad (1)$$

其中  $d(x, y)$  为欧氏距离,则称映射  $W: D \rightarrow D$  为  $D$  上的压缩映射,若(1)式取  $=$  号,则将其称为相似映射。若  $\{w_i | i = 1, 2, \dots, m\}$  是压缩映射组,则将其称为压缩映射集,或者称为迭代函数系统<sup>[3]</sup>。

存在唯一的吸引集  $A$  为  $W$  的迭代分形集,并且  $A$  是  $W$  的不变集,即:

$$A = W(A) \approx \bigcup_{i=1}^m W_i(A)$$

根据 Barnsley 和 Elton 的理论,对于二维空间任意一个迭代函数系统编码  $\{W_n, P_n: n = 1, 2, \dots, N\}$ ,均有一个唯一与之相关联的几何客体(用二维空间子集  $A$  表示),则将该客体称为 IFS 的吸引子,其中  $A$  的结构由迭代函数系统 IFS 编码中的仿射变换控制。

由于分形图像具有自相似性,便可将图像分割成几个子图,每个子图都与原图对应一定的分形结构,对每个子图  $X$  利用人机交互方式,经过压缩仿射变换  $W_i$ ,使  $W_i(x)$  能够覆盖  $X$  的一部分,同时还得到一个重生信息度量  $P(x) = W_i(x)$  面积 /  $X$  面积。当足够多的  $W_i(x)$  能够完全覆盖  $X$  时,  $\{W_i, P_i | i = 1, \dots, N\}$  则称为分割部分  $X$  的 IFS 码。该过程要求  $W_i(x)$  的重复尽可能少。将二维空间  $R$  上的压缩仿射变换  $W_i(x)$  表示为:

$$W_i \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\{a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i\}$  为仿射参数集。

#### 1.1.2 不动点原理

不动点原理:令  $\{X; \omega_n, n = 1, 2, \dots, N\}$  为具有紧缩因子  $s$  的函数迭代系统,变换  $W: H(X) \rightarrow H(X)$  定义为  $W(B) = \bigcup_{i=1}^N \omega_i(B)$ ,  $\forall B \in H(X)$ ,那么  $W$  是完备度量空间  $(H(X), h(d))$  上的紧缩映射,并且紧缩因子为  $s$ ,即  $\forall B, C \in H(X), h(W(B), W(C)) \leq s \cdot h(B, C)$ ;且具有惟一一个不动点  $\forall A \in H(X), A = W(A) = \bigcup_{i=1}^N \omega_i(A)$ ,并且  $A$  可以通过下式得到:  $\forall B \in H(X), A = \lim_{n \rightarrow \infty} (X), A = W^n(A)$  (在

分形图像编码中,  $\omega_n$  为紧缩仿射变换)。

#### 1.1.3 拼贴原理

拼贴原理<sup>[4]</sup>:令  $(X, d)$  为一个完备度量空间,令  $\forall B \in H(X)$ ,给定  $\epsilon \geq 0$ ,选择一个 IFS,  $\{X; \omega_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ ,具有紧缩因子  $s, 0 \leq s \leq 1$ ,使  $h(B, \bigcup_{i=1}^N \omega_i(B)) \leq \epsilon$ ,其中,  $h(d)$  为 Hausdorff 测度,则有  $h(B, A) \leq \epsilon / (1 - s)$ ,其中  $A$  是该 IFS 的吸引子,同时对于所有  $\forall B \in H(X)$ ,存在以下关系:  $h(B, A) \leq h(B, \bigcup_{i=1}^N \omega_i(B)) / (1 - s)$ 。

### 1.2 分形迭代函数系统(PIFS)及分形图像压缩

1990 年, A E Jacquin 提出分形图像压缩算法。这种方法是以前局的仿射变换代替全局的仿射变换,基于图像划块的方式,通过搜索匹配得到图像的 IFS 码。分形图像压缩方法是目前最为常用的分形编码方法:首先将图像划分为若干个互不重叠的分类块 Range Blocks,并将图像划分为若干个较大的、可互相重叠的范畴块 Domain Blocks。对每个分类块  $R_i$  匹配一个相应的范畴块  $D_i$ ,并使得该范畴块  $D_i$  通过收缩仿射变换  $W_i$ ,能够尽可能地接近  $R_i$ ,即  $R_i \approx W_i(D_i)$ 。收缩仿射变换  $W_i$  决定了范畴块  $D_i$  映射到分类块  $R_i$  的方法,它反映了范畴块与分类块之间的比例、位置等几何关系。当  $W_i$  完成存储或传输  $D_i$  参数的任务时,也就完成了对  $R_i$  的编码。待完成全部子块  $R_i$  的编码之后,即完成对原始图像的分形编码。

进行解码恢复图像时,利用  $W_i$  压缩变换不动点定理,任意选取与原始图大小相等的图像,经过压缩映射码足够多次迭代,即可获得原始图像的恢复图像。

分形编码原理如图 1 所示。

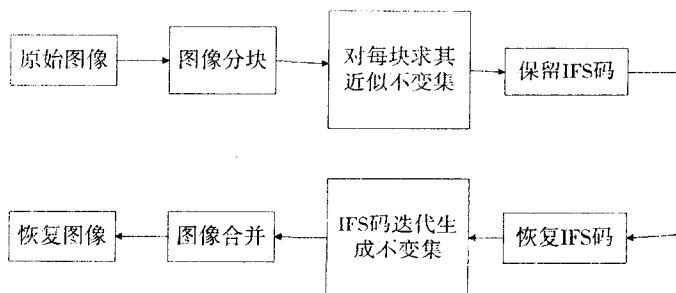


图1 分形编码原理方框图

## 2 神经网络应用于分形图像压缩

通常使用四叉树分块概念,分形迭代函数系统 PIFS 采用串行的方式能够有效找到图像压缩的变换函数。然而通过神经网络方法获得质量相近的压缩图像则是采用并行方式进行处理,从而减少压缩时间。

文中采用并行神经网络模型<sup>[5,6]</sup>,对分形图像进

行压缩和解压缩。神经网络对分形图像进行压缩的模型架构如图 2 所示。

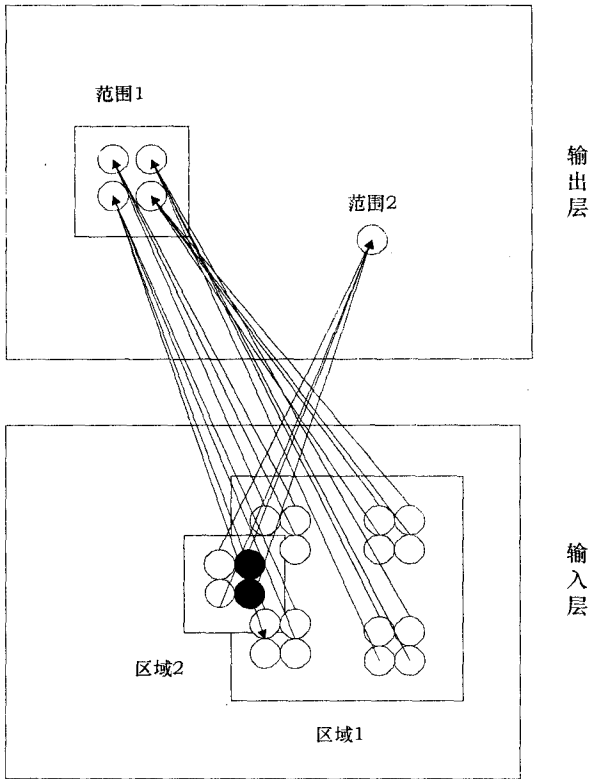


图 2 基于神经网络的分形图像压缩

图像中的每个像素作为神经网络中的一个神经元,像素的灰度级则代表神经元的状态。将每个图像分割成若干个子图像,则称其为区域和范围,区域中的每个像素都作为输入神经元,范围中的每个像素作为输出神经元。设每个输出神经元  $j$ , 均有四个输入神经元  $i, i+1, i+2$  和  $i+3$ , 与之相连接。神经元  $j$  的输出值  $Z_j$  由  $Z_i, Z_{i+1}, Z_{i+2}, Z_{i+3}$  确定, 相应的权重和阈值也由此确定。

并行模型的函数定义为式 (3)。其中,  $Z$  和  $Z'$  表示灰度,  $O_j$  表示亮度,  $B$  为灰度级的最大值, 一般取 255。

$$Z'_j = O_j \left[ \frac{1}{B} \sum_{k=1}^{i+3} W_{kj} \times Z_k - \theta_j \right] \quad (3)$$

神经网络法的过程基于自适应二叉树分块。应用在 PIFS 的具体步骤如下<sup>[7,8]</sup>:

(1) 将原始图像划分成许多不相叠的子图像块, 尺寸  $32 \times 32$  作为初始分割。

(2) 从所有区域中均能找到一个最小误差区域  $i$  与每一个范围  $j$  相对应。范围  $j$  确定变换函数。通过 Delta 学习规则来调整比较度  $s$  和亮度  $o$  从而更新权重  $W_{ij}$ , 进而减小误差, 设阈值  $e_c$  表示误差。

(3) 若范围  $j$  不能提供相似区域  $i$  进行匹配 (即  $i$  和  $j$  之间的误差大于  $e_c$ ), 则将范围  $j$  划分成四个大于或

者等于最小范围  $r_{\min}$  的等大小子图像。回到第 (2) 步, 并且为每一个子图像找到相应的变换函数。

(4) 若范围  $j$  的尺寸等于最小范围  $r_{\min}$ , 并且找不到需要的相似区域, 范围  $j$  将不再继续划分, 从而选择最小误差的区域  $i$ 。

Delta 学习算法中,  $\eta$  是一个正的常数称为学习速率, 学习速率的作用是缓和每一步调整权的程度, 它通常被设为一个小的数值, 而且有时会使其随着权调整次数的增加而衰弱。学习速率  $\eta$  越大, 权值调整量就随之增大, 尽管此时学习速率比较快, 但可能引起振荡, 使误差修正量  $\delta_i$  无法达到平稳变小的效果。然而  $\eta$  越小, 权值调整量就随之减小, 尽管学习速度减慢, 但误差修正量  $\delta_i$  能够平稳变小。Delta 学习规则, 能够获得每个范围的变换函数集, 并且能够得到较好压缩图像的峰值信噪比 PSNR。

### 3 神经网络用于分形图像解压缩

对分形图像进行解压缩的神经网络架构如图 3 所示, 其与图 2 不同之处在于, 输出层中神经元的输出值将反馈到相应的输入层神经元中。

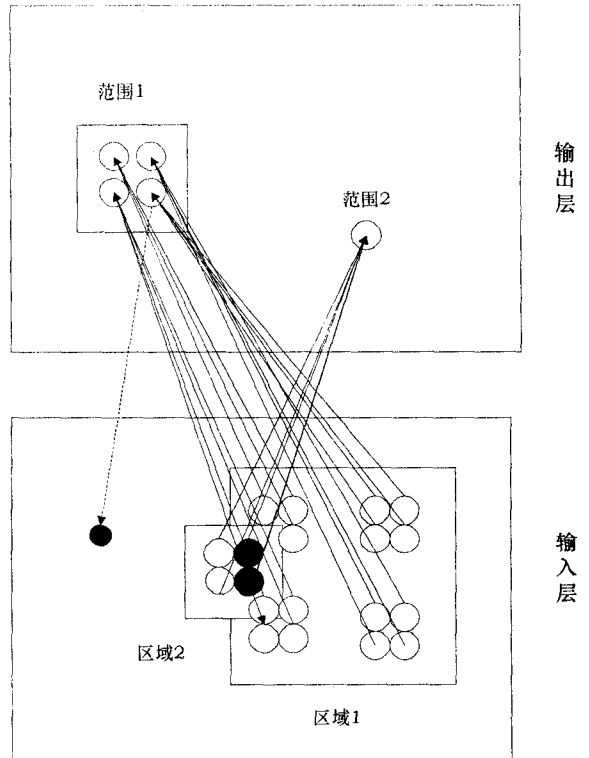


图 3 基于神经网络的分形图像解压缩

图像解压缩的输出状态  $Z_j^{(t)}$  使用并行模型定义为式 (4)。

$$Z_j^{(t)} = O_j \left[ \frac{1}{B} \sum_{k=1}^{i+3} W_{kj} \times Z_k^{(t)} - \theta_j \right] \quad (4)$$

当时间为  $t+1$  时, 输入层神经元  $i$  的输出状态

$Z_j^{(t+1)}$  将从输出层神经元  $j$  的输出值  $Z_j^{(t)}$  中获得, 即  $Z_j^{(t+1)} = Z_j^{(t)}$ 。神经元的状态将进行重复变化, 直到整个系统达到平衡状态。

#### 4 系统性能指数

峰值信噪比 PSNR 的计值是评价系统性能的标准。

$$\text{PSNR} = 10 \times \log \left( \frac{B^2}{\text{MSE}} \right) \quad (5)$$

上式中,  $B$  为灰度级最大值, 取 255。MSE 是原图像与处理图像之间的均方误差。

$$\text{MSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Z_i^{\text{true}} - Z'_i)^2}{N}} \quad (6)$$

其中,  $Z_i^{\text{true}}$  为初始图像中像素  $i$  的灰度级;  $Z'_i$  为解压缩图像中像素  $i$  的灰度级;  $N$  为图像中所有像素的个数。PSNR 值越大, 代表图像失真越少。

#### 5 实验分析

文中实验采用图 4 为样本图像, 在 Matlab 环境下<sup>[9-12]</sup>, 实现神经网络的过程基于四叉分块方法对分形图像的压缩, 同时采用改进后的最速下降法, 即使用梯度下降动量和自适应学习算法, 目标误差设为 0.001, 最大迭代次数为 500, 在神经网络输入节点为 16 时, 取隐含层神经元数为 8 来训练网络, 训练结果见表 1。其中实验 1 为神经网络对样本图像的压缩, 实验 2 是神经网络对样本的分形图像进行压缩。

表 1 基于神经网络的分形图像压缩性能

实验	迭代次数	Time(s)	PSNR(dB)
1	19	29.0830	78.1804
2	12	18.9070	79.3908



样本图像

实验 1

实验 2

图 4 样本图像

#### 6 结束语

介绍了神经网络在分形图像压缩中的应用, 在实验中结合非线性网络和最速下降法实现了对分形图像的压缩, 获得较高质量的解压缩图像。使用神经网络方法进行并行方式计算, 使得图像压缩以该并行方式快速执行, 从而缩短了压缩时间。

文中的创新点在于, 在详细研究了各种图像压缩技术的基础上, 着重研究分形图像压缩技术和神经网络技术, 将两者进行合理的结合, 提出基于神经网络的分形图像压缩技术, 提高压缩质量, 缩短压缩时间, 取得了良好的压缩效果。

#### 参考文献:

- [1] Stark J. A Neural Network to Compute the Hutchinson Metric in Fractal Image Processing[J]. IEEE Trans Neural Network, 1991(1):156-158.
- [2] 王曙光. 分形图像压缩编码的原理与进展趋势[J]. 福建电脑, 2004(9):9-10.
- [3] 黄贤武, 王加俊, 李家华. 数字图像处理与压缩编码技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000.
- [4] Fisher Y. Fractal Image Compression: theory and application[M]. New York: Springer-Verlag, 1995:49-51.
- [5] 高瀚昭, 王俊生, 谢立. 引入非线性变换的分形图像压缩编码[J]. 通信学报, 2000, 21(4): 89-92.
- [6] Popescu D C, Dimca A, Yan Hong. A nonlinear model for fractal image coding[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(3):372-382.
- [7] FISHER. Fractal Image Compression[M]. New York: Springer, 1994.
- [8] Shusterman E, Feder M. Image Compression Via Improved Quadtree Decompression Algorithm[J]. IEEE Trans: Image Process, 1994(6):207-215.
- [9] 王爱玲, 叶明生, 邓秋香. MATLAB R2007 图像处理技术与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008:35-39.
- [10] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计 - MATLAB 语言及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [11] 薛定宇. 反馈控制系统设计与分析 - MATLAB 语言及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [12] 楼顺天, 于卫. 基于 MATLAB 的系统分析与设计 控制系统[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.

(上接第 54 页)

- [9] 张铃, 张拨. 多层反馈神经网络的 FP 学习和综合算法[J]. 软件学报, 1997(4):252-258.
- [10] Chen Q C. Generating - shrinking algorithm for learning arbitrary classification[J]. Neural Networks, 1994, 5(7):1477-1489.

- [11] 卜东波, 白硕, 李国杰. 聚类/分类中的粒度原理[J]. 计算机学报, 2002(8):150-154.
- [12] Vapnik V N. 统计学习理论的本质(中文版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.