

# 鱼群主动轮廓模型算法

杨 襄,黎绍发

(华南理工大学 计算机科学与工程学院,广东 广州 510006)

**摘要:**经典主动轮廓模型在图像分割中,存在分割结果与初始状态有关和容易陷入局部极小值的问题。为了解决上述两个问题,可以通过将主动轮廓模型的多阶段决策问题与鱼群算法的决策过程相结合,提出鱼群主动轮廓算法。由主动轮廓模型的特点构建了主动轮廓模型相对应的鱼群算法,把主动轮廓模型图像分割的问题转化成最优能量函数值的搜索问题,为获取精确的图像轮廓提供了新方法。实验结果表明此方法能在任意初始化曲线下有效地分割出图像。通过数学证明和实验结果可以知道鱼群主动轮廓算法具有良好的全局收敛性,避免了主动轮廓模型原来采用了变分法优化而难以达到全局最优,甚至难于达到局部最优的现象。

**关键词:**主动轮廓模型;主动轮廓线鱼;鱼群算法

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2010)09-0061-05

## Artificial Fish Swarm Algorithm of Snake Model

YANG Xiang, LI Shao-fa

(School of Computer Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The result of classical active contour model is related with the initial state and easy to fall into a local minimum. In order to solve these two problems, it can combine active contour model of multi-stage decision-making with fish-swarm decision-making process to put forward the fish active contour algorithm. By the characteristics of active contour model, the way is constructed corresponding to the fish-swarm algorithm, and the active contour model for image segmentation problem is transformed into the optimal path search problem, in order to provide a new approach for obtaining the precise contour. The experimental results show that this method is effective under the initial curve at anywhere in the image. Through mathematical proof and experimental results can be aware of the fish active contour algorithm having good global convergence. It avoids that the original active contour model using the variational method optimization is difficult to reach the global optimum, or even difficult to achieve the local optimum.

**Key words:** active contour model; active contour fish; fish swarm algorithm

### 0 引言

自从1988年, Terzopoulos和Fleischer提出可变模型之后<sup>[1]</sup>,可变形模型就成为轮廓识别的一类方法。主动轮廓模型是一种可变模型。在图像分割的应用中,主动轮廓模型可用于准确地提取图像的目标轮廓。主动轮廓模型曲线是由轮廓信息的特殊图像特征推导出来的一条能量最小化曲线。如果恰当地引入能量项,主动轮廓将可以准确地定位出目标物体。与其它分割模型不同的是该模型具有能量最小化与动态定位的特征<sup>[2]</sup>。

在主动轮廓模型应用的过程中,涉及到两个步骤。

第一步,通过启发式的方式选择一些适当的控制点来初始化主动轮廓线。第二步,在图像搜索空间中通过迭代移动各个控制点以获得主动轮廓线总能量最小值。一般情况,主动轮廓线将会向目标对象的轮廓线移动,最后获得目标物体的轮廓。

在传统的主动轮廓模型中,存在两个缺点。第一,分割的结果受到初始曲线的位置的影响,如果不恰当的初始化控制点将导致无法收敛到全局最优。第二,主动轮廓曲线遇到凹陷的目标轮廓时将无法收敛到全局最优。改进方法可以采用扩大搜索步伐或者采用扩散能量域实现(如Cohen提出的气球力主动轮廓模型<sup>[3]</sup>;Xu和Prince提出的梯度向量流主动轮廓模型<sup>[4]</sup>)。有些改进方法是从减少对初始轮廓线的依赖出发(如J. Park和J. M. Keller提出的分水岭主动轮廓模型<sup>[5]</sup>)。

为了获得更好全局的收敛性,文中将采用鱼群算

收稿日期:2009-12-15;修回日期:2010-03-10

作者简介:杨襄(1983-),女,广东潮州人,硕士研究生,研究领域为图像处理与模式识别;黎绍发,教授,博导,研究领域为计算机系统及应用、数字信号处理技术、图像处理与模式识别。

法进行搜索迭代。在鱼群主动轮廓模型中,每一条主动轮廓线上所有控制点构成的集合代表一条鱼。鱼群算法基本思想是在搜索空间中模仿鱼觅食、群聚、追尾,以获得全局最优值<sup>[6,7]</sup>。它是一个随机的并行搜索过程,它能跳出局部最优而获得全局最优,且具有快速的收敛速度。

## 1 主动轮廓模型 (Active contour models)

主动轮廓模型是源于经典力学的变形弹性模板及能量最小化方法<sup>[8]</sup>。工作原理实际上是一条带能量的函数参数化曲线,将其初始化在待分割的轮廓周围,在内力的和外力的共同作用下,最终收敛到图像轮廓。

主动轮廓模型的数学表述如下:

参数曲线  $v(s, t) = (x(s, t), y(s, t))$ ,  $s \in (0, 1)$ , 而  $t$  是时间间隔;对于每段时间间隔,主动轮廓模型的相应能量为<sup>[2]</sup>:

$$E_{\text{snake}} = \int_0^1 [E_{\text{in}}(v(s)) + E_{\text{Ext}}(v(s))] ds \quad (1)$$

内部能量  $E_{\text{in}}$  是由主动轮廓曲线的弯曲度获得;外力  $E_{\text{Ext}}$  是由图像本身特征产生的,用于诱导曲线向轮廓靠近。通常,内外力定义如下:

$$E_{\text{in}} = \frac{1}{2} \alpha(s) |v_s(s)|^2 + \frac{1}{2} \beta(s) |v_{ss}(s)|^2 \quad (2)$$

$$E_{\text{Ext}}(v(s)) = -\gamma |\nabla I(v(s))|^2 \quad (3)$$

式中: $\alpha, \beta, \gamma$  是各部分能量的权重; $v_s(s), v_{ss}(s)$  分别表示  $v(s)$  的一阶、二阶导数,而  $\nabla I(v(s))$  是在  $s$  处灰度梯度。

在实际的应用中,主动轮廓线是由一系列具有代表性控制点表示的。求最小化的过程是通过这些点的迭代来实现的。为了估算出控制点  $v_i$  在  $(x_i, y_i)$  附近的能量,定义了局部能量公式为:

$$E_{i,j} = E_{\text{in}} + E_{\text{Ext}} \quad (4)$$

$(x_{i-1}, y_{i-1})$  为控制点  $v_{i-1}$  的坐标,  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  为控制点  $v_{i+1}$  的坐标,则:

$$|v_s(s)|^2 = (x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 \quad (5)$$

$$|v_{ss}(s)|^2 = (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})^2 + (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})^2 \quad (6)$$

$$E_{\text{Ext}} = -\gamma ||\nabla I(v_i)||^2 \quad (7)$$

最优解  $k_i$  可以由下式获得:

$$k_i = \arg \min_j E_{i,j}, j \in W_i \quad (8)$$

$W_i$  是控制点  $v_i$  的预先指定的搜索窗口。因此  $v_{i,k}$  是控制点  $v_i$  在指定搜索窗口中的局部最优值。更新控制点  $v_i$  为  $v_{i,k}$ , 以减小主动轮廓线的能量。当每个控制点都被处理过了,将得到一条新的主动轮廓线。如果控

制点有  $n$  个,那么主动轮廓线的总能量可以近似为:

$$E_{\text{snake}} = \sum_{i=1}^n E_{i,k} \quad (9)$$

主动轮廓模型的迭代步骤如下:

(1) 设置控制点  $v_i, i \in n = \{1, 2, \dots, n\}$ 。

(2) 对于每个控制点计算  $E_{i,j}$  并找出  $k_i$ 。

(3) 令  $v_i = q_{i,k}$ 。

(4) 计算  $E_{\text{snake}}$ 。

在迭代过程中,如果  $E_{\text{snake}}$  保持不变,那么迭代终止,  $E_{\text{snake}}$  作为最终结果。

## 2 结合鱼群算法的主动轮廓模型

在文中主要通过传统的主动轮廓模型与鱼群寻优算法结合,来进行图像分割工作的。

在文中,主动轮廓线鱼表示由控制点组成一条曲线  $X_i$ , 将  $X_i$  代入式(9)所得的值  $Y_i$  便是该鱼的能量。这样就把求主动轮廓线的能量最小值问题转化为求主动轮廓线鱼群的全局最优值。

定义 1: 对于两条主动轮廓线鱼(两条主动轮廓线的控制点的集合)  $X_1$  和  $X_2$  之间的距离表示如下<sup>[6]</sup>:

$$d(X_1 - X_2) = |X_1 - X_2| + |X_2 - X_1| \quad (10)$$

表示鱼  $X_1$  和鱼  $X_2$  的差异元素的数目。

定义 2:

$$N(X, k) = \{X' \mid d(X, X') < k\} \quad (11)$$

称为  $X$  的  $k$ -距离领域,  $X' \in N(X, k)$  称为  $X$  的一个邻居<sup>[6]</sup>。

定义 3:

$$C(X_1, X_2, \dots, X_m) = \bigcup_{i=1}^m \bigcap_{j \neq i}^m (X_i \cap X_j) \quad (12)$$

称为主动轮廓线鱼群  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$  的重心<sup>[6]</sup>。

将鱼群的典型行为的实现原理<sup>[9]</sup>与主动轮廓线模型结合得到以下具体的行为。

### 2.1 觅食行为

觅食是鱼获得食物的基本生理行为,一般情况下,鱼通过感知水中食物的浓度来确定觅食行为的方向。

设主动轮廓线鱼的当前状态是  $X_i$ , 对每个控制点在其搜索窗口内,选择一个方向作为移动方向得到状态  $X_j$ , 计算  $Y_j$ 。如果移动后所得的新鱼的能量  $Y_j$  小于原来主动轮廓线鱼的能量  $Y_i$ , 则记录下该控制点移动的新位置。否则,重新选择一个新方向继续比较。如果八个方向都查找了却没有得到更优解,则该控制点保持不动。将  $X_i$  中所有的控制点都进行以上的搜索过程,便可以得到该人工鱼的一个新状态  $X'$ , 如果  $Y' < Y_i$ , 则觅食成功,并将  $X'$  作为  $X_i$  的新状态,否则觅食失败。

### 2.2 群聚行为

鱼群为了保证生存和避免危险,它们必须聚集在一起,因此,产生了群聚行为。

设主动轮廓线鱼当前状态为  $X_i$ ,探索搜索窗口的邻居鱼数  $n_f$ ,并计算出这些主动轮廓线鱼的重心  $C$ ,如果  $n_f/N < \delta$  ( $\delta$  为拥挤参数,  $N$  为总鱼数),表明搜索窗口中邻居鱼的重心不太拥挤,向邻居的重心前进产生新的主动轮廓线鱼  $X'$ 。如果  $X'$  的能量  $Y'$  小于原来主动轮廓线鱼的能量  $Y_i$ ,则群聚成功并将  $X_i$  更新为  $X'$ ;否则群聚失败。

### 2.3 追尾行为

在鱼群的移动过程中,当一条鱼或者一些鱼发现食物,它们的邻居会尾随并找到食物。

设主动轮廓线鱼当前的状态为  $X_i$ ,求出该主动轮廓线鱼当前搜索窗口中所有主动轮廓线鱼。在这些主动轮廓线鱼集合中找出使得式(9)最小的主动轮廓线鱼  $X_j$ ,如果  $X_j$  的主动轮廓线能量  $Y_j$  小于  $X_i$  的主动轮廓线能量  $Y_i$  且  $n_f/N < \delta$  ( $n_f$  为  $X_i$  的领域内伙伴的数目),那么主动轮廓线鱼  $X_i$  周围有足够食物且不太拥挤,则主动轮廓线鱼  $X_i$  向  $X_j$  的方向移动;否则追尾行为为失败。

### 2.4 随机行为

为了在不同的搜索窗口内找到更优的解,主动轮廓线鱼将在其它行为都失败时,进行随机游动,以便跳出局部最优获得全局最优。

### 2.5 公告板

各条轮廓线鱼在寻优过程中,每次迭代完就将自身的能量值与公告板的值比对,如果自身结果优于公告板记录的历史最优结果,就将公告板改写为自身状态,这样公告板就记录下历史最优的轮廓线<sup>[10]</sup>。

### 2.6 行为选择

对主动轮廓线鱼进行评价(即计算其主动轮廓线的能量),从而选择一种合适的行为策略<sup>[11]</sup>。

先进行聚群行为,再进行追尾行为,接着进行觅食行为,只要有一个成功将进入下一轮迭代。否则进行随机移动,并进行下一轮迭代。单个轮廓线鱼算法流程图如图1所示<sup>[12]</sup>。

以单个主动轮廓线鱼的行为模型为基础,主动轮廓线鱼群通过自主活动,无需高层控制和图像的先验知识,命题的可行解就记录在公告板上。

## 3 算法收敛分析

基于鱼群算法有四种行为:主动轮廓线鱼的觅食行为奠定了算法收敛的基础;群聚行为增强了收敛的稳定性与全局性;追尾行为增强了算法收敛的快速性

与全局性;随机行为让算法可以跳出局部极值而获得全局最优。

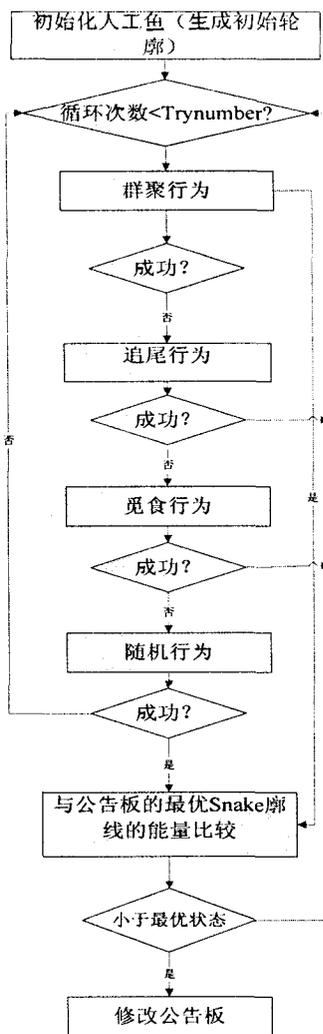


图1 算法流程图

### 3.1 分析

图像上有  $N$  个像素点,每一条主动轮廓线鱼由  $n$  个点组成,那么共有  $|Z| = C_N^n$  种主动轮廓线鱼的状态。

能量  $F = \{f(a) \mid a \in Z\}$  则得  $|F| \leq |Z|$ ,令  $F = \{F_1, F_2, \dots, F_{|F|}\}, F_1 > F_2 > \dots > F_{|F|}$

按能量的差异将集合  $Z$  分为若干非空子集  $\{Z^i\}$ ,其中  $Z^i = \{a \mid a \in Z \& f(a) = F_i\}, i = 1, 2, \dots, |F|$ ,则有  $\sum_{i=1}^{|F|} |Z^i| = |Z|; \forall i \in \{1, 2, \dots, |F|\}, Z^i \neq \emptyset$  (13)

$\forall i \neq j, Z^i \cap Z^j = \emptyset; \bigcup_{i=1}^{|F|} Z^i = Z$  (14)

定义主动轮廓线鱼的能量为:

$$\text{Energy}(X) = \max\{f(X_i) \mid i = 1, 2, \dots, \text{fish\_num}\}$$
 (15)

令  $X_s$  为所有主动轮廓线鱼集合,  $\forall X \in X_s$  有  $F^{|F|} \leq \text{Energy}(X) \leq F^1$ ,那么

$$X_s^i = \{X \mid X \in X_s \& \text{Energy}(X) = f(X) = F^i\},$$

$$i = 1, 2, \dots, |F| \quad \sum_{i=1}^{|F|} |X_s^i| = |X_s|;$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, |F|\}, X_s^i \neq \emptyset$$

$$\forall i \neq j, X_s^i \cap X_s^j = \emptyset; \bigcup_{i=1}^{|F|} X_s^i = X_s$$

令  $X^{i,j}, i = 1, 2, \dots, |F|, j = 1, 2, \dots, |X_s^i|$ ,其中  $X^{i,j}$  表示  $X_s^i$  中第  $j$  条主动轮廓线鱼。在主动轮廓线鱼的行为过程中,从一个状态转移到另外的状态可表示为  $X^{i,j} \rightarrow X^{k,l}$ ,则从  $X^{i,j}$  到  $X^{k,l}$  的转移概率  $p_{ij,k}$ ,从  $X^{i,j}$  到  $X_s^k$  中任一条主动轮廓线鱼的转移概率为  $p_{j,k}$ ,从  $X_s^i$  中任一条主动轮廓线鱼到  $X_s^k$  中任一条主动轮廓线鱼的转移概率为  $p_{i,k}$ ,则有:

$$p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{iX_l} p_{ij,kl} + \sum_{k=1}^{i-1} p_{ij,k} = 1; p_{i,k} \geq p_{ij,k} \quad (16)$$

由上述的转移概率  $p_{i,k}$  可以组成一个马尔可夫矩阵。

### 3.2 定理

设  $P$  是一  $n$  阶可归约随机矩阵,也就是通过相同的行变换和列变换后可以得到  $P = \begin{pmatrix} C & \cdots & 0 \\ R & \cdots & T \end{pmatrix}$ ,其中  $C$  是  $m$  阶本原随机矩阵并且  $R, T \neq 0$ ,则有<sup>[13]</sup>:

$$p^\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} p^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} C^k & \cdots & 0 \\ \sum_{t=0}^{k-1} T^t R C^{k-t-1} & \cdots & T^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^\infty & \cdots & 0 \\ R^\infty & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

### 3.3 证明

只要证明该算法中,有概率  $p_{i,k}$  组成的矩阵满足以下两个条件,

- ①  $\forall k > i, p_{i,k} = 0$
- ②  $\exists k < i, p_{i,k} > 0$

便可以使用 5.2 定理来证明。

证明:

(1) 设第  $t$  代主动轮廓线鱼为  $X^t$ , 设第  $t$  代中主动轮廓线鱼中使 (9) 式最小的鱼为  $best^t$ , 那么  $Energy(best^t) = E^t$ 。在主动轮廓线鱼群算法中公告板更新策略可知:

$$Energy(X^t) \geq Energy(X^{t+1}) \Rightarrow \forall k < i, p_{ij,kl} = 0 \Rightarrow \forall k < i, p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{X_l} p_{ij,j,kl} = 0 \Rightarrow \forall k < i, p_{i,k} = 0 \quad (18)$$

(2) 由主动轮廓线鱼群算法中每条主动轮廓鱼搜索其当前所处的搜索空间并按聚群、追尾或者觅食中顺序执行, 设  $Best^{t+1}$  为  $t+1$  代中最优主动轮廓线鱼, 下面对三种行为分析:

1) 设进行聚群行为的概率为  $P_{swarm} \geq 0$ , 如果向重心处移动得到的主动轮廓线鱼的能量值比原来的主动轮廓线鱼的能量值低, 则该主动轮廓线鱼向鱼群重心方向移动。有  $Energy(Best^{t+1}) < Energy(Best^t)$ , 则有  $\exists k > i, p_{i,k} > 0$ , 命题得证。

2) 设进行追尾的概率为  $p_{follow} \geq 0$ , 如果当前主动轮廓线鱼选择追尾行为, 则  $p_{follow} > 0$ , 如果该搜索空间里最优邻居的能量函数值低于该主动轮廓线鱼的能量函数值, 则该主动轮廓线鱼会向搜索空间中最优主动轮廓线鱼位置移动, 因此有  $Energy(Best^{t+1}) < Energy(Best^t)$ , 则有  $\exists k > i, p_{i,k} > 0$ , 命题得证。

3) 如果当前主动轮廓线鱼在上述两种行为都无法实现时, 便进行觅食行为, 说明该主动轮廓线鱼在搜

索空间里为最优, 则主动轮廓线鱼进行觅食的概率  $p_{prey} = 1 - p_{swarm} - p_{follow}$ , 因此该主动轮廓线鱼觅食时会遇到以下两种情况:

选择的觅食方向处能量函数值低于当前能量函数值, 此概率为  $p_{py}$ , 命题得证。

选择的觅食方向处能量函数值高于当前主动轮廓线鱼的能量函数值, 设此种情况的概率为  $p_{pm} = 1 - p_{py}$ , 此时将重新选择, 尝试  $try\_number$  次, 则其概率为  $(p_{pm})^{try\_number}$ 。如果不满足, 则随机游动, 设随机游动的概率为  $p_{random}$ , 随机游动后得到的主动轮廓线鱼的能量函数值低于当前主动轮廓线鱼能量函数值的概率  $P_{better} = (1/2)(1 - (p_{pm})^{try\_number}) \times p_{random} \geq 0$ , 如果  $P_{better} > 0$ , 命题得证; 如果  $P_{better} = 0$ , 说明此时主动轮廓线鱼已经到达局部极值。

由于该主动轮廓线鱼进行一种行为的总概率为 1, 即综合上述三种情况可得  $\exists k > i, p_{i,k} > 0$ , 证毕。

(3) 证明鱼群的主动轮廓模型有全局收敛性。

证明: 对于每个  $X_i^t, i = 1, 2, 3, \dots, F$  可看为是有限 Markov 链上的一个状态, 根据 5.2 结论可得, 该矩阵为:

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{|\epsilon|,1} & \cdots & \cdots & \cdots & p_{|\epsilon|,|\epsilon|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ R & T \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$C^\infty = (1), R^\infty = (1, 1, 1, \dots, 1)^T$$

因此有:

$$P^\infty = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \text{ 是稳定随机矩阵, 得}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p \{Energy(X^t) = X_{best}\} = 1 \quad (20)$$

因此基本鱼群算法具有全局收敛性, 证毕。

## 4 实验结果

采用上面的行为选择, 图 2 为用鱼群算法的测试图, 红色线为定位出来的目标轮廓线。图 2 是采用  $\alpha = 0.05, \beta = 0.01, w_{edge} = 1, \delta = 0.9$ , 控制点个数为 30, 主动轮廓线鱼群中鱼的数量为 30 得到的。图 3 为主动轮廓的初始轮廓线, 图 4 为采用原始主动轮廓模型分割的结果, 只定位到局部的轮廓线上。

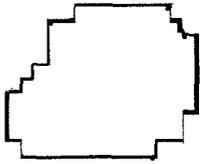


图2 鱼群算法主动轮廓模型结果图

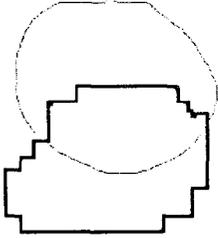


图3 采用原始主动轮廓模型初始图

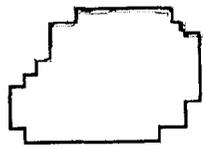


图4 采用主动轮廓模型的结构图

## 5 结束语

主动轮廓模是图像边缘检测中重要的研究成果,文中给出了主动轮廓模型的鱼群算法,使主动轮廓方法克服了陷入局部极值,可以准确地找出全局极值,数学证明和实验表明该算法是有效的。同时该算法也克服了主动轮廓模型的与初始位置有关的缺点,对初始轮廓位置没有要求。该算法在时间复杂度方面还有不尽人意的地方,有待以后改进。

### 参考文献:

[1] Terzopoulos D, Fleischer K. Deformable model[J]. The Visual Computer, 1988, 4(6): 306 - 331.

(上接第 60 页)

### 参考文献:

[1] 库少雄. 人类行为与社会环境[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2005.

[2] Vázquez A. Exact results for the Barabási model of human dynamics[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(24): 248701.

[3] 汪秉宏, 周涛, 王文旭, 等. 当前复杂系统研究的几个方向[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2008, 5(4): 21 - 28.

[4] 韩筱璞, 周涛, 汪秉宏. 基于自适应调节的人类动力学模型[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2007, 4(4): 1 - 5.

[5] 郭雷, 许晓鸣. 复杂网络[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006.

[6] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.

[2] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snake: active contour models[J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1: 321 - 331.

[3] Cohen L D. On active contour models and balloons[C]//Proc. IEEE Conf. on Computer Visual Patten. Recognize(CVPR). [s. l.]: [s. n.], 1991: 211 - 218.

[4] Xu C, Prince J L. Snake, shape, and gradient vector flow[J]. Proc. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 359 - 369.

[5] Park J, Keller J M. Snake on the watershed[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(10): 1201 - 1205.

[6] 李晓磊, 路飞, 田国会, 等. 组合优化问题的人工鱼群算法应用[J]. 山东大学学报, 2004(10): 12 - 18.

[7] Feynman R P, Hibbs A R. Quantum Mechanics and Path Integrals[M]. New York: McGraw - Hill Inc., 1965: 365 - 369.

[8] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32 - 38.

[9] 李晓磊, 薛云灿, 路飞, 等. 基于人工鱼群算法的参数估计方法[J]. 山东大学学报, 2004(6): 22 - 28.

[10] Zhao Yanwei, Wu Bin, Wang Wanliang, et al. Particle Swarm Optimization for Open Vehicle Routing Problem with Time Dependent Travel Time[M]. Seoul: The International Federation of Automatic Control, 2008: 12843 - 12848.

[11] 马建伟, 张国立. 利用人工鱼群算法优化前向神经网络[J]. 计算机应用, 2004(10): 21 - 23.

[12] 曹会志, 王晨, 罗述谦. 结合蚁群算法的 Snake 模型的医学图像分割方法[J]. 北京生物医学工程, 2007(6): 245 - 248.

[13] Seneta E. Non - negative Matrices and Markov Chains[M]. Sydney: Springer, 2006: 233 - 245.

[7] Li Xiang, Chen Guanrong. A local - world evolving network model[J]. Physica A, 2003, 328: 274 - 286.

[8] 陈晓, 张纪会. 复杂供需网络的局域演化生长模型[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2008, 5(1): 54 - 60.

[9] Tam W M, Lau F C M. Complex - Network Modeling of a Call Network[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2009, 56(2): 416 - 429.

[10] 孙钦东, 孙亚红, 管晓宏, 等. 动态短信通信复杂网络演化模型研究[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(6): 5 - 9.

[11] 韦洛霞. 复杂网络模型和方法[J]. 东莞理工学院学报, 2004, 11(4): 17 - 20.

[12] 洪伟, 韩筱璞, 周涛, 等. Heavy - Tailed Statistics in Short - Message Communication[J]. 中国物理快报, 2009, 26(2): 028902.