

启发式搜索在数学智能解题系统中的应用研究

裴芳敏, 亿珍珍, 赵克

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要:在人工智能领域,对问题求解的方法都需要某种对解答的搜索,即为一个搜索过程。文中论述的数学智能辅导系统采用了与或树知识表示方法,也可称为问题规约法。它把初始问题通过一系列变换最终变为一个子问题集合,而这些子问题的解可以直接得到,从而解答了初始问题。系统使用以推理深度作估价函数的启发式搜索,使得问题的求解更加有效与合理。论述了采用启发式搜索的必要性及可行性。对比了采用启发式搜索前后,系统解题合理性得到很大提高。

关键词:启发式搜索;与或树;合理性;推理深度

中图分类号:TP391.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2010)07-0005-04

Application and Research of a Heuristic Search in Intelligent Mathematics Problem Solving System

PEI Fang-min, YI Zhen-zhen, ZHAO Ke

(School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In the field of AI, problem solving corresponds to a search for answers, which is a search process. The intelligent tutoring system discussed by this paper has used a knowledge representation named AND/OR tree, which is also called problem reduction. It decomposes the problem into several subproblems which can be resolved directly, thus the problem can be resolved too. The system has used a heuristic search which uses the ratiocination depth as its heuristic function. Discussed the necessity and feasibility of the heuristic search. By contrasting the effects, the system obtains more rational solution.

Key words: heuristic search; AND/OR tree; rationality; reasoning depth

0 引言

作为人工智能的一个重要突破口,专家系统已在众多领域得到日益广泛的应用,显示出它强大的生命力^[1]。它的特点是拥有具有大量的专门知识与经验,能够模拟人类专家的思考和决策过程。在设计专家系统时,采用什么样的搜索策略是设计的重点和难点,因为搜索过程对应的是问题的求解。为了进行搜索,首先必须考虑问题及其求解过程的形式表示,其表示是否得当,直接影响到搜索求解的效率。

我们所开发的初中几何解题系统(以下简称解题系统)是一款智能辅导产品,它利用人工智能领域中的专家系统技术来作为理论基础,模拟优秀教师辅导学生解题的整个过程,为用户特别是自学和需要家教的学生提供了快速、方便、全面和准确的课程辅导^[2]。文

中将讨论初中几何解题系统的搜索策略以及采用启发式搜索来提高整个系统的合理性。

1 解题系统问题表示与搜索原理

该系统的核心知识表示方法就是采用产生式规则。解题系统采用 Daok 语言开发工具,其知识库包括事实库和规则两部分,事实表示静态知识,如事物、事件和它们之间的相互关系;规则表示推理过程和行为。产生式规则是一个以“如果满足这个条件,就应当采取某些操作”形式表示的语句。其推理规则表示的事实表具体形式如下:

(defrule 规则名

事实表 1

...

=>

结论

)

(1)

解题系统采用正向推理和反向推理两种方式,将

收稿日期:2009-08-09;修回日期:2009-11-24

基金项目:科技部科技型中小企业创新基金(01c26226111002)

作者简介:裴芳敏(1983-),女,硕士研究生,研究方向为人工智能、知识工程、创新设计;赵克,博士,教授,研究方向为人工智能、知识工程、创新设计。

事实库中的事实和规则中的模式相匹配。这一过程利用平面几何中的相关性质、定理和推论可以推出一些中间的信息。这些信息再加载到事实库中,然后再继续采用这样一种发散的推理方式,直到推导出待求的结论为止^[3]。

系统向用户提供辅导服务,则在解答完题目之后还必须向用户呈现整个解题过程,即系统模拟人类思考的过程。按照“因为-所以”的关系,最终给出详细的题目解答过程。所以在求得待求结论后,解题系统从待求结论出发,按照结论之间“因为-所以”的关系逆向搜索,直到所有的条件都是已知条件为止。所有这些结论组成一棵树,称为结论树。根节点为待求结论,叶子节点都为已知条件^[4]。

由几何解题的特点可知,一个中间结论可以由不同的推导方法得到,因为不同的定理以及几何性质,完全能够得到相同的结论。在这样的情况下,一个中间结论可能会有若干不同的推理路径。这时的结论树是一棵与或树。系统要在若干个与或树之间选择最优的结论树,必须采用一定的搜索策略。

在系统初始开发时,系统不能确定哪些路径能够相对快速、高效并且合理地解答问题。我们规定:已经生成的中间推理结论在后续的推理中,即使满足式(1)也不再生成。则生成的所有节点组成的是一棵与树。每一个节点对应一个结论,节点与节点之间通过“条件-结论”关系联接起来。在这样的限制下,保证了生成结论的唯一,却不能保证生成的中间结论是最优的。因为结论的生成依赖规则知识的存储、系统的控制以及事实的匹配等,带有一定的随机性,存在很大的合理性隐患。而如果不加限制生成尽可能多的中间结论,则仅仅按照深度优先搜索就会出现搜索时的随意性和随机性甚至死循环。因此考虑采用启发式信息对某些中间结论作删减或修改。

2 启发式搜索算法

要在盲目搜索中找到一个解,所需要扩展的节点的数目可能是很大的,因为这些节点的扩展次序完全是随意的,而且没有利用已解决问题的任何特性。它的效率较低,耗费过多的计算空间与时间。

由于此时系统已经不对结论的生成做任何限制,其推导出的所有结论组成一个大的与或树。而每一个结论也可以看成是一个与或子树。端节点即叶子节点为题目已知条件,而根节点为题目待求结论。而根据与或树的相关知识,生成的每一个节点都属于可解节点。由这些可解节点可推出初始节点(它对应于原始问题),从而构成一棵解树^[5]。

2.1 有关启发式搜索的概念

由于盲目搜索的效率以及合理性很差,我们考虑采用启发式搜索。其原理是对于每个在搜索过程中遇到的新状态,计算一个估算值,根据估算值的大小,确定下一步将从哪个状态继续前进,一般以估计值小者为较优状态。以此实行最佳优先搜索。计算状态估计值的函数是确定的,但是每个状态的估计值的大小,与从初始状态到达该状态的路径有关。进行启发式搜索这种技术一般需要某些有关具体领域的特性信息,此种信息叫做启发式信息。

启发式信息按用途可分为下列 3 种:

1) 用于决定要扩展的下一个节点,以免像在深度优先搜索中那样盲目地扩展。

2) 在扩展一个节点的过程中,用于决定要生成哪一个或者哪几个后续节点,以免盲目地同时生成所有可能的节点。

3) 用于决定某些节点应该为从搜索树中抛弃或修剪的节点^[6]。

为了进行启发式搜索,需要计算解树的代价。解树的代价可以通过计算解树中节点的代价而得到。设 $c(x, y)$ 表示节点 x 到节点 y 的代价,计算代价的方法如下:

(1) 如果 x 是叶子节点,则定义 x 的代价为 $h(x) = 0$; (2)

(2) 如果 x 为非叶子节点, y_1, y_2, \dots, y_n 是它的子节点,则节点 x 的代价有两种计算方法:和代价法和最大代价法。

若按和最大代价法,则有:

$$h(x) = \sum \{c(x, y_i) + h(y_i)\} (1 \leq i \leq n) \quad (3)$$

若按最大代价法计算,则有:

$$h(x) = \max \{c(x, y_i) + h(y_i)\} (1 \leq i \leq n) \quad (4)$$

从上述计算节点的代价可以看出,由子节点的代价可以推算出父节点的代价,这样逐层递推。最终可以求得初始节点的代价,即为解树的代价^[7]。

2.2 启发式搜索算法

为了进行启发式搜索,给结论增加了一个信息:推理深度。它定义为:每一个结论生成时所需要的推理的步数,即事实库中的事实和规则匹配的次数,也可以理解为推理路径长度。并且把推理深度作为节点的代价。根据几何推理的特点,每一个节点和它的所有子节点之间的代价为 1,这样采用最大代价法得到推理深度的计算方法:

1) 如果 x 为叶子节点,则 x 的深度为:

$$h(x) = 0 \quad (5)$$

2) 如果 x 为非叶子节点, y_1, y_2, \dots, y_n 是它的子节点, 则节点 x 的深度为:

$$h(x) = \max\{1 + h(y_i)\} (1 \leq i \leq n) \quad (6)$$

注意: 这里所说的推理深度与图搜索中所用到的深度是不一样的。它体现在结论的生成过程中。

启发式搜索的目的就是求出最优解树, 即代价最小解树。这就要求, 搜索过程中任一时刻求出的部分解树的代价都应是最小的。在文中, 利用第3种启发式信息, 即用来决定某些节点是否删减或者修改。估价函数能够提供一个评定候选扩展节点的办法, 以便确定那个节点左右可能在通往目标的最佳路径上。在整个解空间里面, 利用推理深度值作为启发式信息, 来决定某些节点应该从搜索树中抛弃或修剪。对于有相同标识符的若干个中间结论节点(深度不同), 保留推理深度值最小(代价最小)的节点, 而删除其它节点。删除系统中的一个节点相当于把该节点所对应的与或树删减掉。

如果推理深度值最小者不只一个, 这时就需要考虑和代价最小法。此属于第1种启发式信息, 它将在搜索过程中决定要扩展的下一个节点, 以免盲目搜索。并非每一个节点都需要计算和代价, 它只是在最大代价方法失败的情况下, 才考虑的一个启发式信息。它属于次一级的启发式信息。因为所有节点都有推理深度, 也即节点的代价, 为避免混淆, 取和代价为 $f(x)$ 。

则

$$f(x) = \sum (h(y_i) + c(x, y_i)) (1 \leq i \leq n) \quad (7)$$

式中 $h(y_i)$ 表示各子节点的推理深度值。

生成的节点很有可能数目比较庞大, 在这么多的中间结论中找到若干个标识相同的结论, 速度很关键。为了提高速度, 根据几何结论的特点把生成的结论分成四个子类: 角加减结论, 相等结论, 比例结论和其他结论。这样搜索范围缩小, 速度提高。在各个子类中, 查找标识相同的结论, 效率也会提高^[8]。在删除所有的不合理节点之后, 再利用深度优先启发式搜索, 如果存在推理深度值最小者不只一个的情况, 在扩展节点的时候利用和代价最小值进行扩展, 最后得到一棵完整的结论输出树。在对所有的节点都作此处理以后, 剩下的节点组成树可以看成是代价最小的解树。

启发式搜索是一个不断选择、不断修正的树, 经过启发式搜索找到最优解树。其搜索过程如下:

1) 将所有的结论划分为4个子集。

2) 在每一个子集中找出结论标识相同但是推理深度不同的结论, 保留推理深度值最小者, 删除其它节点。

3) 找到初始节点。

4) 按照深度优先启发式搜索原则, 将待扩展的节点按照和代价进行排序。

5) 选择和代价值最小者作为下一个扩展节点。转到第4)步。

图1为算法流程。

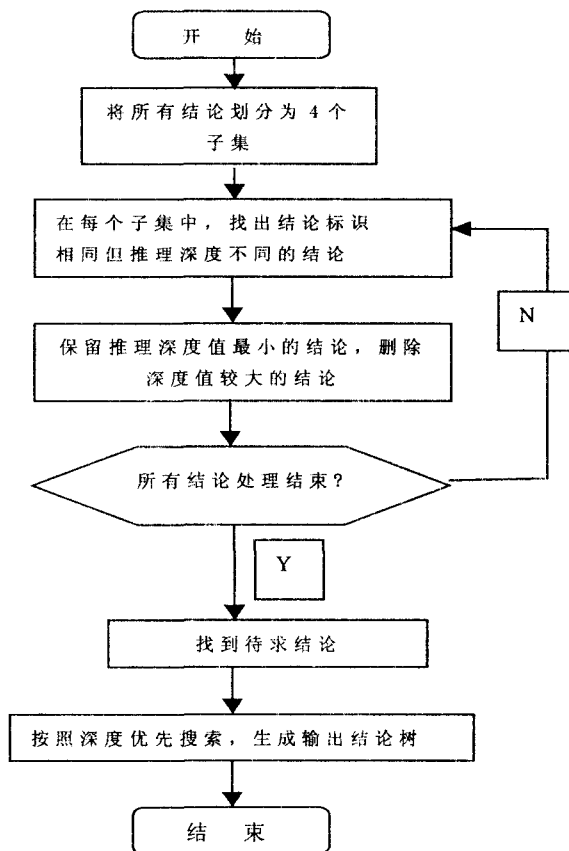


图1 算法流程图

3 启发式搜索的示例

下面通过一个例子来说明。假如待求解的题目中有一个必需的中间结论是要证明 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 已知的条件有 $\angle A = 60^\circ, AB = AC, \dots$, 则根据等边三角形的判定定理和推论, 可以由不同的定理以及性质得到不同的推理路径。如图2所示。

对于条件1, 根据定理: 三角形的三个角都等于 60° , 则三角形为等边三角形。则 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ \rightarrow \triangle ABC$ 为等边三角形。对于条件2, 根据定理: 等腰三角形中如果有一个角等于 60° , 则三角形为等边三角形。所以, 直接由 $\angle A = 60^\circ, AB = AC$, 即可推出 $\triangle ABC$ 为等边三角形。所以说条件1是不合理的, 需要把它从搜索树中删除。

根据在推理过程中得到的推理深度信息, 条件1得到的结论推理深度为4, 条件2得到的结论的推理深

度值为 1。由前所述的删减原则,把深度为 4 的结论删除,即把条件 1 的这一枝子树删除。这样保留的结论是简洁清晰的。

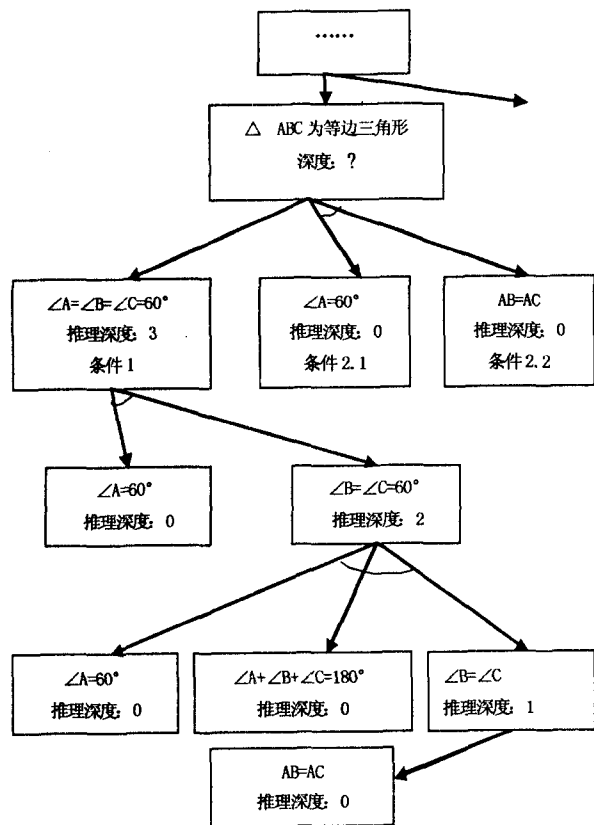


图 2 搜索示例

4 结束语

系统采用了启发式深度优先搜索以后,解题的合

理性得到很大的提高,输出的解答结论很符合人类的正常思维,用户的满意程度也提高了。但是完全消除这种不合理性还需要进一步的调整改进。并且合理性的提高是以系统的解题速度为代价的,因为对生成的结论已不再做限制,生成尽可能多的结论会降低系统的效率。同时,合理性还体现在面向用户,针对不同的用户给出不同的解题方法,因为用户是初一、初二和初三的学生,他们在知识层面有一定的不同,所以同一道题目,需要有多种解法。这就是一题多解,是系统下一阶段的重点。同样,要完成此项功能,在搜索过程中也要用到相应的启发式信息。

参考文献:

- [1] 蔡自兴,徐光祐. 人工智能及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,1996.
- [2] 夏昌浩,贺 鹏. 计算机软件技术基础多媒体辅助教学软件研究与开发[J]. 航空计算技术,2001,31(1):30-33.
- [3] 唐素勤. 基于 Web 的智能教学系统模型[J]. 计算机应用,2004,24(4):144-146.
- [4] 罗 瑶,赵 克,李亚涛,等. 一种智能辅导系统中建模的实现方法[J]. 计算机技术与发展,2008,18(9):46-49.
- [5] 严蔚敏,吴伟民. 数据结构(C语言版)[M]. 北京:清华大学出版社,2003.
- [6] 蔡自清, Durkin J, 龚 涛. 高级专家系统:原理、设计及应用[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [7] 尹朝庆,尹 皓. 人工智能与专家系统[M]. 北京:中国水利水电出版社,2002.
- [8] Pfeeger S L. 软件过程理论与实践[M]. 吴 丹,史争印,唐忆,译. 北京:清华大学出版社,2003.

(上接第 4 页)

致谢:文中部分内容引用黄曾阳先生《HNC 理论全书》,池毓焕博士提供了重要参考资料,谨致谢意。

参考文献:

- [1] 李德华,刘根辉. 面向信息处理的语境形式化研究[J]. 中文信息学报,2004(3):32-38.
- [2] 缪建明,张 全. HNC 语境框架及其语境歧义消解[J]. 计算机工程,2007,33:10-12.
- [3] 晋耀红,苗传江. 一个基于语境框架的文本特征提取算法[J]. 计算机研究与发展,2004(4):582-586.
- [4] 黄曾阳. 语言概念空间的基本定理和数学物理表达式[M]. 北京:海洋出版社,2004.
- [5] 黄曾阳. HNC(概念层次网络)理论——计算机理解自然语言的新思路[M]. 北京:清华大学出版社,1998.
- [6] 苗传江. HNC(概念层次网络)理论导论[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
- [7] 池毓焕,杜燕玲,雒自清. 人事管理的领域代码及其知识[C]//朱小健,张 全,陈小盟主编. 中文信息处理的探索与实践——第三届 HNC 与语言学研究学术研讨会论文集. 北京:北京师范大学出版社,2006.
- [8] Jaszczolt K M. Semantics, Pragmatics: Meaning in Language and Discourse[M]. 北京:北京大学出版社(影印本),2004.
- [9] 鲁忠义,彭聘龄. 语篇理解研究[M]. 北京:北京语言大学出版社,2003.
- [10] 鲁 川. 汉语语法的意合网络[M]. 北京:商务印书馆,2001.
- [11] Fillmore, Charles. The case for case[M]//Bach E, Harms R. Universals in Linguistic Theory. New York: Holt - Rinehart - Winston, 1968:1-88.
- [12] Schank R C, Abelson R. Scripts, Plans, Goals, and Understanding[M]. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1977.
- [13] Mitkov, Ruslan. The Oxford handbook of computational linguistics[M]. New York: Oxford University Press, 2003.