

# Erlang 算法在呼叫中心的应用研究

戚艳军<sup>1</sup>, 徐光辉<sup>2</sup>, 李 强<sup>3</sup>

- (1. 西北政法大学 计算机系, 陕西 西安 710063;
2. 西安航空技术高等专科学校, 陕西 西安 710077;
3. 陕西电信公众信息产业有限公司, 陕西 西安 710075)

**摘 要:**采用 Spreadsheet 管理的排队模式已不能够满足呼叫中心业务规模扩大的需求。基于 Erlang 算法,对呼叫中心的呼叫强度、服务水平、立即服务时限等系统相关指标进行建模计算,并设计相应算法进行实现。呼叫放弃率是用来衡量呼叫中心服务质量的最重要的指标之一,并对该算法没有考虑的放弃率进行了设计和实现。结果表明,基于 Erlang 算法的呼叫中心模型,可以提高对座席数量、服务水平等指标的预测,极大提高了企业的经济效益,解决了企业服务质量和设备利用率之间的矛盾,同时还可以应用到其他行业的呼叫中心服务中。

**关键词:**Erlang 算法;呼叫中心;座席;服务质量

**中图分类号:**TP39

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2010)06-0179-04

## Research of Erlang Algorithm in Call Center

QI Yan-jun<sup>1</sup>, XU Guang-hui<sup>2</sup>, LI Qiang<sup>3</sup>

- (1. Department of Computer, Northwest University of Politics and Law, Xi'an 710063, China;
2. Xi'an Aerotechnical College, Xi'an 710077, China;
3. Public Information Ltd., Shaanxi Telecom, Xi'an 710075, China)

**Abstract:** Agent queueing method using Spreadsheet can't meet the needs of business scale's enlarge. Based on Erlang algorithm, built and developed models of call intensity, service level, instant service time and so on. Abandon probability is one of important criteria to measure service level in call center. Designed and fulfilled the abandon probability that Erlang algorithm don't contain. The results declared that prediction of agent, service level in call center model based on Erlang algorithm can be raised. This model can extremely enhance economic utility of enterprise and resolved contradiction between service level and facilities utilization. At the same time, Erlang algorithm can be used into other business.

**Key words:** Erlang algorithm; call center; agent; service level

## 0 引 言

呼叫中心即客户服务中心,它既能为企业外部客户服务,也能为企业内部的管理、服务、调度、增值起到非常重要的统一协调作用。因此,企业对呼叫中心的座席代表技能要求越来越高。Spreadsheet 管理模式已不能满足业务规模扩大的需求,如何精确预测呼叫中心的工作量,安排适当数量的座席代表处理客户需求,是呼叫中心管理人员面临的问题之一。采用 Erlang 算法,可以对呼叫中心相关技术指标进行建模和推算,以期解决呼叫中心中座席代表的数量,优化资源配置。

文中利用 Erlang(厄朗或爱尔兰)算法对呼叫中心座席排队的实现进行了探讨。

## 1 排队理论

排队论又称随机服务系统,是通过对服务对象到来及服务时间的统计研究,得出相关数量指标(等待时间、排队长度、忙期长短等)的统计规律,它是研究系统由于随机因素的干扰而出现的排队或拥塞现象的规律性的一门学科。基于排队理论,采用 Erlang 算法可以很好地解决呼叫中心中:高峰时段的判定、运营时段人员需求的预测、呼叫中心承载话量的中继线数量等相关技术指标<sup>[1]</sup>。

### 1.1 座席利用率

呼叫中心是一个由  $c$  个服务台组成的随机服务系统,电话呼叫到达相互独立,服务时间服从负指数分

收稿日期:2009-09-15;修回日期:2009-12-15

基金项目:国家科技型企业创新基金(09c26226112643)

作者简介:戚艳军(1974-),女,陕西西安人,讲师,硕士,从事软件复用技术研究。

布,服务规则采用先来先服务(FCFS)原则的排队模型,则该系统是一个  $M/M/c/\infty/\infty$  模型的排队系统,系统服务模型如图1所示。

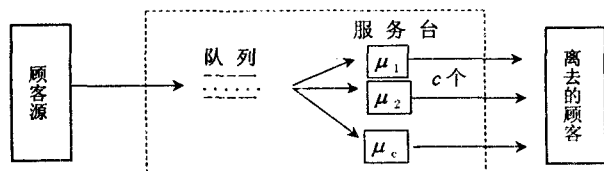


图1 多服务台系统模型

系统电话到达流为泊松流,到达率为  $\lambda$ ,且与系统状态无关,即  $\lambda_n = \lambda$ 。平均服务率  $\mu$  是单位时间服务的人数。则系统服务率为:

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & n = 1, 2, 3, \dots, c-1 \\ c\mu, & n = c, c+1, \dots \end{cases} \quad (1)$$

设  $\rho_c$  为座席的平均利用率,则  $\rho_c = \frac{\lambda}{c\mu}$ 。

## 1.2 Erlang 算法

Erlang 算法包括 Erlang C 和 Erlang B 算法。Erlang C 用来计算座席人员数量与座席匹配关系,即顾客的等待概率或进入等待队列的可能性。

Erlang C 公式如下:

$$p_{p>0} = \frac{\frac{A^C}{C!} \cdot \frac{C}{C-A}}{\sum_{x=0}^{C-1} \frac{A^x}{x!} + \frac{A^C}{C!} \cdot \frac{C}{C-A}} \quad (2)$$

其中  $A = \frac{\lambda}{\mu}$ ,  $c, \lambda, \mu$  的含义如前所述。

Erlang B 用来计算呼叫中心的中继线数量与话务量匹配关系,即顾客的处理等待的概率<sup>[2,3]</sup>。顾客等待概率越高,表明呼叫中心中继数量较少,客户服务率较低,反之,呼叫中心的服务率较高,客户服务质量较好。Erlang B 公式如下:

$$p_{p>0} = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{x=0}^C \frac{A^x}{x!}} \quad (3)$$

其中  $A = \frac{\lambda}{\mu}$ ,  $c, \lambda, \mu$  的含义如前所述。

## 2 系统分析

任何呼叫中心的运营几乎都是在追求服务的速度及质量的提高,同时在降低运营成本的前提下逐步提升呼叫中心的利润及客户满意度;一个典型的呼叫中心运营费用,只有5%的成本是花在技术上,几乎全部运营费用的95%以上用于支付工资、网络成本和日常开支,座席成本则是呼叫中心运营成本的关键。

以电信呼叫中心为原型,呼叫管理平台中劳动力优化和排班管理,是把适当数量座席代表安排在最佳

的工作时间,按照服务水平和服务质量的要求,处理呼叫请求。通过对话务强度、服务时限、服务质量等指标的确定,得到最优的座席配置数据以期解决服务质量和设备利用率之间的矛盾,优化企业资源配置,在保证客户服务质量和水平的前提下,合理利用资源,提高企业效益<sup>[4]</sup>。

### 2.1 系统参数建模

该系统要求获取不同时段的历史话务量并保持适度的冗余进行话务量模型推算,在话务量模型基础上再进行座席数量的计算,在满足服务水平目标要求下,最大化地提高座席的利用率,使得座席利用率、客户服务质量、设备利用率三者之间达到一个较高的平衡点。同时得出在特定话务模型基础上有关话务的排队率、放弃率、座席的平均连接时间、服务的平均排队数等系统相关参数指标进行数学建模并实现,将这些考量参数联合起来,可以看到呼叫中心座席结果是否优化。

根据电信呼叫中心的实际情况,系统设定呼叫管理平台基本约定:客户来电时,若座席人员不能立即接听电话,该电话进入等待队列;座席代表当班期间直接接听电话,不会休息也不处理与电话无关的业务;该管理平台考虑客户放弃服务的比率,即客户在等待服务期间,由于某种原因而放弃服务。利用 Erlang 算法,对呼叫中心各项主要指标建立数学模型,用公式表示如下<sup>[5~7]</sup>:

① 呼叫中心的话务强度,即 Erlang 值:

话务强度(Erlang 值) = (单位时间呼入总量 × 每电话处理的平均时长) / 服务样本时间

② 顾客的处理等待概率,即 Erlang B 值计算:

Erlang B = (话务强度 × Erlang B 叠代) / (叠代数 + 话务强度 × Erlang B 叠代)

③ 顾客的呼叫等待概率,即 Erlang C 值计算:

Erlang C = Erlang B / (话务强度 / 座席叠代 × Erlang B + (1 - 话务强度 / 座席叠代))

④ 平均连接座席时间,即用户接通服务电话后得到话务员服务的平均时间,表示为:

平均连接座席时间 = Erlang C / (座席数 × 服务样本时间 × (1 - 话务强度 / 座席数) / 平均服务时长) × 服务样本时间

⑤ 座席利用率,即座席话务员服务时间与工作总时间的比例,表示为:

座席利用率 = 呼叫总量 × 平均服务时长 / (服务样本时间 × 座席数)

⑥ 队列平均等待数,即呼叫中心排队机中等待服务的平均服务请求数量,表示为:

队列平均等待数 = ((话务强度 / 座席数) × Erlang

C)/(1-话务强度/座席数)

⑦ 服务水平,即指定时间内应答电话的百分比,表示为:

服务水平 =  $1 - \text{Erlang C} \times \text{求指数}(\text{话务强度} - \text{座席数}) \times \text{立即服务时限} / \text{平均服务时长}$

⑧ 放弃率,即用户放弃服务的比例,表示为:

放弃率 =  $\text{Erlang C} \times \text{求指数}((\text{话务强度} - \text{座席数}) \times (\text{最大等待时间} / \text{平均服务时长}))$

⑨ 队列的平均等待数,即每个座席后面要求服务而未得到的客户数量,表示为:

队列的平均等待数 =  $\text{向上取整}((\text{座席利用率} * \text{ErlangValueC}) / (1 - \text{座席利用率}) + 0.5)$

## 2.2 主要算法实现

### 2.2.1 Erlang B、Erlang C 算法

(1) Erlang B 算法。

如前所述,Erlang B 表示客户呼叫处理等待概率,该等待概率与呼叫中心中继数量成反比关系,算法实现如下:

```
public decimal ErlangB(座席数量, 话务强度)
{
    decimal Erlang B 叠代, Erlang B 值 = 0;
    int 迭代次数, 最大迭代数;
    if ((座席数量 < 0) || (话务强度 < 0)) return 0;
    最大迭代数 = 座席数量;
    LastValue = 1;
    for (迭代次数 = 1; 迭代次数 <= 最大迭代数; 迭代次数++)
    {
        B = (话务强度 * Erlang B 叠代) / (迭代次数 + (话务强度 * Erlang B 叠代));
        Erlang B 叠代 = Erlang B 值;
    }
    if (计算出的 Erlang B 值 < 0) then Erlang B = 0;
    else Erlang B 值 = 系统指定的 Erlang B 值;
    return Erlang B 值;
}
```

(2) Erlang C 算法。

Erlang C 表示顾客的等待概率或进入等待队列的可能性,它是呼叫中心进行座席数量计算的一个重要参数。Erlang C 算法实现如下:

```
public decimal Erlang C(座席数量, 话务强度)
{
    decimal Erlang B 值, Erlang C 值;
```

```
if ((座席数量 < 0) || (话务强度 < 0)) return 0;
Erlang B 值 = Erlang B(座席数量, 话务强度);
Erlang C 值 = Erlang B 值 / (((话务强度/座席数量) * Erlang B 值) + (1 - (话务强度/座席数量)));
if (Erlang C 值 < 0) then Erlang C 值 = 0;
else Erlang C 值 = 系统指定的 Erlang C 值;
return Erlang C 值;
}
```

### 2.2.2 服务水平计算

服务水平是座席人员预测的一个重要参数,在计算座席数量时,要根据设定的服务水平值确定计算座席数量的最大迭代次数。呼叫中心服务水平的高低,是企业竞争客户资源的一个重要手段。该呼叫平台是以企业自身提出服务水平为依据,计算相应座席数量和客户排队率、放弃率及座席利用率等参数。服务水平计算的算法如下:

```
public decimal SLACalculate(ServiceAim serviceaim, 服务样本时间)
{
    decimal 话务强度, ErlangValueC, 服务水平;
    话务强度 = 单位时间呼入总量 * 每电话处理的平均时长 / 服务样本时间;
    ErlangValueC = ErlangC(座席数量, 话务强度);
    服务水平 = 1 - ErlangValueC * Exp((话务强度 - 座席数量) * 服务时间 / 每电话处理的平均时长);
    return 服务水平;
}
```

### 2.2.3 座席人员预测算法

座席数目的多少直接关系到企业服务效率及服务水平。座席数目过少,顾客等待时间过长,顾客满意度降低。座席数目过多,资源配置浪费,企业效益降低。因此,合理的座席数目预测是呼叫中心管理平台的一个关键环节。座席数目依据话务强度、Erlang B、Erlang C 三个相关值确定。

预测算法描述如下:

- 给定系统服务水平指标和系统服务水平,计算座席的次数(即迭代次数)。
- 计算座席利用率,若利用率大于 100%,增加座席,直到利用率小于 1。
- 计算顾客呼叫等待概率,根据 b 中计算的座席数,计算服务水平(SLA)值。
- 若 SLA 值大于给定的系统服务水平,计算停止。否则,增加座席数,重复 c,直到 SLA 值符合系统

要求。

其实现方法如下(座席人员预测算法以小时为单位):

```

if Int(Erlang 值) < 1 Then 座席 = 1;
else 座席 = Int(Erlang 值)
话务分配 = 话务强度/座席;
do While 话务分配 >= 1
座席 = 座席 + 1;
话务分配 = 话务强度/座席;
loop
最大叠代数 = 座席 * 100;
for i = 1 to 最大叠代数 //计算适合 SLA(服务水平)的座席数字
话务分配 = 话务强度/座席;
if 话务分配 < 1 Then
座席叠代数 = 座席;
C = ErlangC(座席叠代数, 话务强度);
//该座席数下的 SLA 值
SLA 值 = 1 - C * Exp((话务强度 - 座席) * 立即响应时间目标/每电话处理平均时长)
if SLA 值 >= 设定服务水平
then i = 最大叠代数
end if
if i <> 最大叠代数 Then 座席 ++;
end for
该算法最终返回的是在指定服务目标前提下的座席人数。

```

#### 2.2.4 放弃率算法

放弃率即客户放弃服务的比率。一般情况下,当座席忙时,Erlang 算法没有考虑放弃因素。该系统根据业务模型的实际情况,当顾客服务电话在一定时间不能接通时,顾客会考虑放弃服务。因此,对客户的放弃率进行推算也是呼叫中心需要考虑的因素,也是企业提高自身服务质量,提高客户服务满意率的一个定量指标<sup>[8]</sup>。算法实现如下:

```

public decimal Abandon(呼入总量, 处理平均时长, 服务样本时间)
{
decimal 放弃率, ErlangValueC, 话务强度;

```

话务强度 = (单位时间呼入总量 × 每电话处理的平均时长) / 服务样本时间

```

ErlangValueC = ErlangC(座席数, 话务强度);
放弃率 = ErlangValueC * Exp(((话务强度 - 座席数) * (最大等待时间 / 平均服务时间)));
}

```

### 3 系统实现

该呼叫管理平台采用 .net 实现,系统通过单位时间呼叫总量、服务水平(衡量呼叫中心运营水平的最直观指标)、立即服务时限、平均服务时长、最大等待量等系统需要指标,推算系统的座席数、排队率、放弃率、座席利用率、座席平均连接时间、非时限内服务平均等待时间、队列平均等待数和呼叫中心排队机中等待服务的平均服务请求数量等指标。系统实现如图 2 所示。

座席数	服务水平	排队率	放弃率	座席利用率	座席平均连接时间	非时限内服务平均等待时间	队列平均等待数
260	71.52%	42.02%	7.94%	96.15%	8	18	11
261	75.14%	38.13%	6.10%	95.79%	6	16	9
262	78.34%	34.54%	4.67%	95.42%	5	15	7
263	81.18%	31.21%	3.58%	95.06%	4	14	6
264	83.67%	28.14%	2.73%	94.70%	4	13	5
265	85.87%	25.32%	2.08%	94.34%	3	12	4
266	87.80%	22.74%	1.58%	93.98%	3	11	4
267	89.48%	20.37%	1.20%	93.63%	2	11	3
268	90.96%	18.21%	0.91%	93.28%	2	10	3
269	92.25%	16.23%	0.68%	92.94%	2	9	2
270	93.37%	14.44%	0.52%	92.59%	1	9	2

单位时间呼叫总量: 5000 服务水平: 85 % 立即服务时限: 7 平均服务时长: 180 最大等待时间: 30

图 2 系统实现图

上图模型根据电信接待服务的实际情况,约定以下呼叫平台相关指标,即实际单位时间呼叫总量为 5000 通/小时,服务水平要求 85% 以上,立即响应时间目标为 7 秒钟,平均每通电话的处理时长为 180 秒,即 3 分钟,在客户可忍受的最大等待时间为 30 秒的呼叫技术指标下,最终得出在 85% 服务水平以上需要的小座席数为 265 个,据此话务员配置模型而言,用户拨通服务电话需要排队等待的比例即排队率为 25.32%,用户放弃服务的比例即放弃率为 2.08%,座席服务时间与工作总时间的比例即座席利用率为 94.34%,用户在接通服务电话后至得到服务的平均时间为 3 秒钟,超过立即服务时限的话务量需要等待的平均时间为 12 秒,呼叫中心排队机中等待服务的平均服务请求数量为 4 个话务请求。

从图 2 中看出,在达到 85% 服务水平以上的情况下,座席数增加 1 个,即 266 个,座席利用率下降近 0.4 个百分点,而座席连接时间和队列中的等待人数和 265 个座席相同,但客户放弃率减少 0.5 个百分点,客

(下转第 187 页)

$$\begin{bmatrix}
 \{0,0,0\} & \{0.38,0.40,0.43\} & \{0,0,0\} & \{0.62,0.60,0.57\} & \{0,0,0\} \\
 \{0.36,0.57,0.5\} & \{0,0,0\} & \{0.33,0.12,0.22\} & \{0,0,0\} & \{0.31,0.31,0.28\} \\
 \{0.37,0.6,0.53\} & \{0,0,0\} & \{0.37,0.13,0.21\} & \{0,0,0\} & \{0.27,0.27,0.26\} \\
 \{0.16,0.27,0.22\} & \{0.33,0.30,0.30\} & \{0,0,0\} & \{0.47,0.41,0.39\} & \{0.04,0.02,0.09\} \\
 \{1,1,1\} & \{0,0,0\} & \{0,0,0\} & \{0.67,0.55,0.53\} & \\
 & \{1,1,1\} & \{0.91,0.92,0.94\} & \{0.11,0.17,0.18\} & \\
 & & \{1,1,1\} & \{0.11,0.17,0.18\} & \\
 & & & \{1,1,1\} & 
 \end{bmatrix} \quad (\text{矩阵 3})$$

$$\begin{bmatrix}
 \{1,1,1\} & \{0,0,0\} & \{0,0,0\} & \{0.67,0.55,0.53\} \\
 & \{1,1,1\} & \{0.91,0.92,0.94\} & \{0.11,0.17,0.18\} \\
 & & \{1,1,1\} & \{0.11,0.17,0.18\} \\
 & & & \{1,1,1\}
 \end{bmatrix} \quad (\text{矩阵 4})$$

取阈值为 $\lambda_1 = 0.85, \lambda_2 = 0.85, \lambda_3 = 0.85$ ,根据式(2)可以将Web用户集分为: $\{U_1\}, \{U_2, U_3\}, \{U_4\}$ 。此等类即为Web用户的聚类结果。同样可以对页面集合进行聚类分析。

#### 4 结束语

将Web日志挖掘应用于网络教学中,通过统计分析挖掘页面兴趣度和分类聚类方法对学生进行划分,有效地改善网站结构、更好地为学生服务,提高教学质量水平。

#### 参考文献:

- [1] Dunham M H. 数据挖掘教程[M]. 郭崇慧,田风占,译. 北京:清华大学出版社,2005.
- [2] 张新香. Web日志挖掘在电子商务中的应用研究[J]. 计算机系统应用,2006,13(1):52-55.
- [3] 陈新中,李岩,杨炳儒,等. Web日志挖掘技术进展[J]. 系统工程与电子技术,2003,25(4):492-495.
- [4] 李燕风. WEB访问信息挖掘系统[J]. 计算机工程,2003,29

(15):45-47.

- [5] 石佑红,赵宏,乔敏. Web挖掘在个性化远程教育中的应用[J]. 计算机技术与发展,2006,16(9):136-138.
- [6] 张健沛,刘建东,杨静. 基于Web的日志挖掘数据预处理方法的研究[J]. 计算机工程与应用,2003,39(10):191-193.
- [7] Massegia F, Poncelet P, Teisseire M, et al. Web usage mining: extracting unexpected periods from web logs[J]. Data mining and knowledge discovery,2008,16(1):39-65.
- [8] Sung Ho Ha, Sung Min Bae, Sang Chan Park. Web mining for distance education[J]. IEEE,2000(2):715-719.
- [9] Facca F M, Lanzi P L. Mining interesting knowledge from Weblogs: a survey[J]. Data and Knowledge Engineering,2005,53(3):225-241.
- [10] Yang Q, Zhang H H. Web-log mining for predictive web caching[J]. IEEE Trans. Knowl. Data Eng.,2003,15(4):1050-1053.
- [11] 陈水利,李敬功,王向公. 模糊集理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [12] 宋擒豹,沈钧毅. Web页面和客户群体的模糊聚类算法[J]. 小型微型计算机系统,2001,22(2):229-231.

(上接第182页)

户满意率提高。就此两种情况而言,呼叫平台可以根据实际情况,在客户放弃率提高不多的情况下,从提高企业自身效益方面考虑,可以选择265个座席,从而达到呼叫平台座席数量和企业要求的服务质量之间的一个平衡。

#### 4 结束语

Erlang算法是电信组织管理中的重要公式之一,它结合历史数据进行的座席及高峰时段的预测及各项相关参数的预测,对企业的生存和效益有着重要的作用。在实际应用中,Erlang算法具有较高的参数预测率,可以为呼叫中心的座席进行合理配置,优化企业资源。总而言之,对呼叫中心的业务量预测准确度、服务水平越高、放弃量越少,Erlang算法计算越准确。文中以电信呼叫中心为平台,介绍了座席推算算法,该数学模型还可广泛应用于金融、电信、保险、能源等领域。

#### 参考文献:

- [1] 王厚东. 呼叫中心排班的两种主要工具[EB/OL]. 2006-05-26. <http://www.soft6.com/tech/5/52205.html>.
- [2] Ross S M. 随机过程[M]. 何声武,谢盛荣,程依明,译. 北京:中国统计出版社,2005.
- [3] Gross D, Harris C M. Fundamentals of queueing theory[M]. New York: John Wiley & Sons, 1985.
- [4] 王爱平,朱永俊,张功营,等. 基于蚁群算法的呼叫中心人力资源分配[J]. 计算机技术与发展,2009,19(3):204-208.
- [5] Erlang-c Formula introduction[EB/OL]. 2008-09. <http://hi.baidu.com/ucallme/blog/item/>.
- [6] 孙晓磊,王振,刘茂. 拥挤理论在超市结算区人群管理中的应用[J]. 中国公共安全·学术,2007(1):11-15.
- [7] 田乃硕,刘谥辛,马占友,等. Erlang消失系统的离散时间建模分析[J]. 系统工程与电子技术,2006(6):823-827.
- [8] 朱轶文,艾萍. 一种用于呼叫中心的呼叫放弃率预测模型[J]. 计算机技术与发展,2006,16(5):134-137.