

3D靶标的摄像机三步标定算法与实现

黄艳,赵越

(云南大学 数统学院,云南 昆明 650092)

摘要:摄像机标定是计算机视觉中的一个必不可少的重要环节,其标定精度影响着三维重建结果的精度。利用摄像机对一个三维正交的棋盘格拍摄一幅有效靶标图像,提取角点,第一步通过透视变换矩阵算法线性求解各内外参数;第二步引入径向和切向畸变,将第一步求得的内外参数作为初始值,求得畸变系数的解;第三步对内参数进行线性优化,得到更为精确的内参数值;最后求解反投影后图像坐标的绝对误差。实验结果表明,该方法具有较高的精度,且简单有效。

关键词:计算机视觉;摄像机标定;线性模型;畸变系数;反投影误差

中图分类号:TP391

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2010)01-0139-04

Algorithm and Realization of Three-step Camera Calibration Based on 3D-Target

HUANG Yan, ZHAO Yue

(Institute of Mathematics and Statistics, Yunnan University, Kunming 650092, China)

Abstract: Camera calibration is an essential part of computer vision. The accuracy of the results of camera calibration affects the accuracy of three-dimensional reconstruction. The method of three-step camera calibration based on 3D-target is only to capture an effective image and then extract corners. The first step, use perspective transformation matrix algorithm to solve the internal and external parameters linearly. The second step, introduce the radial and tangential distortion and apply the achieved internal and external parameters as the initial values to solve the distortion coefficients. The third step, use the method of linear optimization to obtain the more accurate internal parameter. Finally, solve the absolute error of the back-projection image coordinates. The experiments show that the method has high accuracy and is simple and effective.

Key words: computer vision; camera calibration; linear model; distortion coefficient; back-projection coordinates error

0 引言

三维信息获取是计算机视觉研究的基础,它通过由摄像机获取的图像来计算二维图像点与三维空间物点之间的对应关系,来确定空间环境中三维物体的形状、位置等几何信息,并对它们进行描述、存储、识别、理解。因此,建立摄像机成像几何模型并确定模型的参数是计算机视觉系统实现的前提,前者称为摄像机建模,后者称为摄像机标定,其精度和可靠程度直接影响系统获取信息、处理信息及输出结果的精确程度^[1]。按照标定场景的需求,标定方法大致分为三种:传统标定方法、自标定方法^[2,3]和基于主动视觉的标定方法。自标定方法不需要标定物,仅通过运动摄像机所拍摄

的标定图片中匹配点的关系来进行标定,但是其算法复杂且鲁棒性差^[4]。基于主动视觉的标定方法需要预知摄像机的详细运动信息和昂贵的设备,实验成本较高^[5]。目前通常使用的还是传统标定法,传统标定法需要在摄像机前放置一个特制的标定参照物,一般是二维标定靶或三维标定靶。在其求解标定参数的过程中,以两步法为主,其基本思想是:先采用线性方法求解出部分参数,然后考虑畸变引入非线性优化方法求出剩余参数。其中以张正友的平面法^[6]和 Tsai 的两步法^[7]为经典算法。但是在平面法中需要至少采取两到三幅图片,图片采取及数据的读取与存储过程较为复杂, Tsai 的两步法中 CCD 阵列感光元的横向间距和纵向间距的数值是靠摄像机厂家提供的^[8],其实验设备要求较高,而且对 $f, k, t_z, (u_0, v_0)$ 的优化搜索也是非常的复杂费时。所以文中提出了一种基于 3D 靶标的摄像机三步标定方法,综合利用了 OpenCV 中提供的一系列标定函数的方便性和基于 3D 靶标标定的简

收稿日期:2009-04-15;修回日期:2009-07-09

基金项目:昆明市重点科研项目(2005-40)

作者简介:黄艳(1985-),女,湖南人,硕士研究生,研究方向为计算机视觉;赵越,硕士,副教授,研究方向为计算机图形学、计算机视觉。

单性,在较低的设备要求条件下就可以得到较高精度的定标结果。

1 摄像机成像模型简介

摄像机通过成像透镜将三维场景投影到摄像机二维像平面上,这个投影可用成像变换来描述^[9]。理想的成像变换模型是针孔模型,但实际透镜并不满足这个条件。由于摄像机光学系统存在加工和装配误差,物点在摄像机像面上实际所成的像与理想成像之间存在畸变误差^[10]。文中标定算法中的摄像机模型以针孔模型为基础,全面考虑到透镜的径向畸变和切向畸变,如图 1 所示。

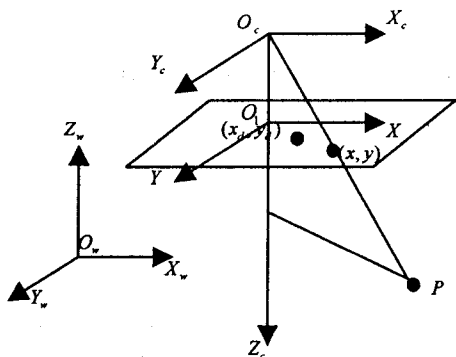


图 1 带有畸变的摄像机模型

其中 O_c 称为摄像机光心,光轴 O_cZ_c 与图像平面的交点 O_1 为图像坐标系的原点,直角坐标系 $O_cX_cY_cZ_c$ 称为摄像机坐标系, $O_wX_wY_wZ_w$ 为世界坐标系。 O_cO_1 为摄像机焦距。设任给空间中一点 P 在世界坐标系下和摄像机坐标系下的坐标分别为 (X_w, Y_w, Z_w) 与 (X_c, Y_c, Z_c) , (x, y) 是在理想 Pin-hole 模型下的图像物理坐标, (x_d, y_d) 是由透镜畸变引起偏离的实际图像物理坐标, (u, v) 是图像像素坐标。所以从 $P(X_w, Y_w, Z_w)$ 到 (u, v) 的完整变换可分解为下述 4 步^[1]:

(1) 三维空间刚体变换,从世界坐标系到摄像机坐标系:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = R_{3 \times 3} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + T_{3 \times 1} \quad (1)$$

其中 $R_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ 为旋转矩阵, $T_{3 \times 1} =$

$\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$ 为平移向量。它们描述了摄像机在世界坐标系中的位置,称为摄像机的外部参数。

(2) 将 (X_c, Y_c, Z_c) 在针孔模型下进行规范化投

影,得到归一化图像坐标 (x, y) :

$$\begin{cases} x = X_c/Z_c \\ y = Y_c/Z_c \end{cases} \quad (2)$$

(3) 引入透镜畸变,畸变后的图像坐标 (x_d, y_d) 表示为:

$$\begin{cases} x_d = x(1 + k_1r^2 + k_2r^4) + 2p_1xy \\ \quad + p_2(r^2 + 2x^2) \\ y_d = y(1 + k_1r^2 + k_2r^4) + p_1(r^2 + 2y^2) \\ \quad + 2p_2xy \end{cases} \quad (3)$$

其中 $r^2 = x^2 + y^2$, k_1, k_2 是径向畸变系数, p_1, p_2 是切向畸变系数。

(4) 将 (x_d, y_d) 转换为图像像素坐标系下的坐标 (u, v) :

$$\begin{cases} u = f_x x_d + u_0 \\ v = f_y y_d + v_0 \end{cases} \quad (4)$$

(u_0, v_0) 为计算机图像的中心坐标, f_x, f_y 分别是 x 轴和 y 轴的尺度因子。 (u_0, v_0, f_x, f_y) 需要进行预标定,它们称为摄像机的内部参数。

2 基于 3D 靶标的摄像机三步标定算法

2.1 摄像机线性模型标定算法

首先忽略透镜畸变,在理想 Pin-hole 模型下世界坐标系中任一点 P 到图像像素坐标系下的透视变换关系用齐次坐标可以表示为:

$$\begin{aligned} Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= M_1 M_2 \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, M 为 3×4 矩阵, M_1 为内部参数矩阵,是由摄像机内部几何和光学特性确定, M_2 为外部参数矩阵,是由摄像机在世界坐标系中的空间位置和所在的方向确定^[11]。 M 记为

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix}$$

m_{ij} 为投影矩阵 M 的第 i 行第 j 列元素,如果标定块上有 n 个已知点,并已知它们的空间坐标 (X_{wi}, Y_{wi}, Z_{wi}) 与图像像素坐标 (u_i, v_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, 那么式(5)可以写为:

$$Z_{ci} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{wi} \\ Y_{wi} \\ Z_{wi} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

由此可以得到以下方程:

$$\begin{aligned} Z_{ci}u_i &= m_{11}X_{wi} + m_{12}Y_{wi} + m_{13}Z_{wi} + m_{14} \\ Z_{ci}v_i &= m_{21}X_{wi} + m_{22}Y_{wi} + m_{23}Z_{wi} + m_{24} \\ Z_{ci} &= m_{31}X_{wi} + m_{32}Y_{wi} + m_{33}Z_{wi} + m_{34} \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)中第一式、第二式分别除以第三式消去 Z_{ci} 后,得到如下线性方程组:

$$\begin{cases} X_{w1}m_{11} + Y_{w1}m_{12} + Z_{w1}m_{13} + m_{14} \\ - u_1X_{w1}m_{31} - u_1Y_{w1}m_{32} - u_1Z_{w1}m_{33} = u_1m_{34} \\ X_{w1}m_{21} + Y_{w1}m_{22} + Z_{w1}m_{23} + m_{24} \\ - v_1X_{w1}m_{31} - v_1Y_{w1}m_{32} - v_1Z_{w1}m_{33} = v_1m_{34} \\ \dots\dots\dots \\ X_{wi}m_{11} + Y_{wi}m_{12} + Z_{wi}m_{13} + m_{14} \\ - u_iX_{wi}m_{31} - u_iY_{wi}m_{32} - u_iZ_{wi}m_{33} = u_im_{34} \\ X_{wi}m_{21} + Y_{wi}m_{22} + Z_{wi}m_{23} + m_{24} \\ - v_iX_{wi}m_{31} - v_iY_{wi}m_{32} - v_iZ_{wi}m_{33} = v_im_{34} \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)简写成: $Km = U$, 由于 M 矩阵乘以任意不为0的常数不会影响到空间坐标与图像坐标的关系, 可以令 $m_{34} = 1$, 此时方程组(8)的未知量有11个, 为 $(m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{14}, m_{21}, m_{22}, m_{23}, m_{24}, m_{31}, m_{32}, m_{33})$, 这样由空间6个以上的已知点便可以得到12个线性方程, 从而可以用最小二乘法解此超定方程组, 求得矩阵 M 的解:

$$M = (K^T K)^{-1} K^T U \quad (9)$$

一般来说, 空间已知点越多, 得到参数值越精确, 但要考虑到模板制作的复杂度和计算量。求出 M 矩阵后, 通过对其分解, 可以求出摄像机的全部内外参数。但要注意, 上面所求得的 M 矩阵与式(5)所表示的矩阵 M 相差一个常数因子 m_{34} ^[1]。

以下是求解各内外参数的算法。

将式(5)中 M 矩阵与摄像机内外参数的关系写成:

$$\begin{aligned} m_{34} \begin{bmatrix} m_{11}^T & m_{14} \\ m_{21}^T & m_{24} \\ m_{31}^T & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1^T & t_x \\ r_2^T & t_y \\ r_3^T & t_z \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_x r_1^T + u_0 r_3^T & f_x t_x + u_0 t_z \\ f_y r_2^T + v_0 r_3^T & f_y t_y + v_0 t_z \\ r_3^T & t_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $r_1^T = (m_{11}, m_{12}, m_{13})$, $m_2^T = (m_{21}, m_{22}, m_{23})$,

$m_3^T = (m_{31}, m_{32}, m_{33})$, $r_i^T (i = 1, 2, 3)$ 为旋转矩阵 R 的第 i 行, t_x, t_y, t_z 分别为平移向量 T 的三个分量。比较上式两边可知 $r_3 = m_{34} m_3$, 由于 r_3 是正交单位矩阵的第三行, $|r_3| = 1$, 因此, 从 $m_{34} |m_3| = 1$ 可求出 $m_{34} = 1/|m_3|$, 另外 $u_0 = (f_x r_1^T + u_0 r_3^T) r_3 = m_{34}^2 m_1^T m_3$, $v_0 = (f_y r_2^T + v_0 r_3^T) r_3 = m_{34}^2 m_2^T m_3$, $f_x = m_{34}^2 |m_1 \times m_3|$, $f_y = m_{34}^2 |m_2 \times m_3|$, $r_1 = m_{34}/f_x (m_1 - u_0 m_3)$, $r_2 = m_{34}/f_y (m_2 - v_0 m_3)$, $t_x = m_{34}/f_x (m_{14} - u_0)$, $t_y = m_{34}/f_y (m_{24} - v_0)$, $t_z = m_{34}$ 。

线性模型摄像机标定的计算过程求解速度快, 但是没有考虑到畸变的影响, 不能准确地描述成像几何关系, 但可以作为下一步畸变系数标定的初始值。

2.2 求解畸变系数

得出各内外参数值之后, 根据(1)、(2)、(4)式计算出 $(x_i, y_i), (x_{di}, y_{di}), r_i, i = 1, 2, \dots, n$, 再由(3)式可以得到 $2n$ 个关于 k_1, k_2, p_1, p_2 的方程, 写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} x_1 r_1^2 & x_1 r_1^4 & 2x_1 y_1 & r_1^2 + 2x_1^2 \\ y_1 r_1^2 & y_1 r_1^4 & r_1^2 + 2y_1^2 & 2x_1 y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n r_n^2 & x_n r_n^4 & 2x_n y_n & r_n^2 + 2x_n^2 \\ y_n r_n^2 & y_n r_n^4 & r_n^2 + 2y_n^2 & 2x_n y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{d1} - x_1 \\ y_{d1} - y_1 \\ \dots\dots\dots \\ x_{dn} - x_n \\ y_{dn} - y_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式(11)简写为 $Dk = d$, 可用最小二乘法求出其解为 $k = (D^T D)^{-1} D^T d$ 。

2.3 线性优化

固定外参数及畸变因子, 得到 (x_d, y_d) , 利用公式(4)可知:

$$\begin{bmatrix} x_d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ u_0 \end{bmatrix} = [u], \begin{bmatrix} y_d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_y \\ v_0 \end{bmatrix} = [v] \quad (12)$$

应用线性最小二乘法可以得到 f_x, f_y, u_0, v_0 的更精确解。

2.4 反投影后图像坐标的绝对误差

根据公式(1)~(4)反求其图像像素坐标得到 (U, V) , 则图像坐标的绝对误差为角点的实测值 (u, v) 与反投影后的计算值的距离的平均值, 即

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(U_i - u_i)^2 + (V_i - v_i)^2}}{n}$$

n 为角点总数, E 是衡量标定精度好坏的方式之一。

3 实验

3.1 标定步骤

由于 OpenCV 以内建的棋盘格当作定标设备,所以文中采用的三维参照物是由两正交的棋盘格平面组成,每格边长 16mm(像素 640×480),如图 2 所示。

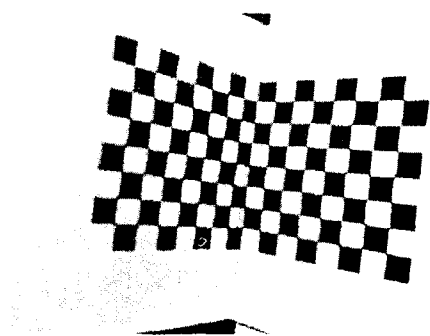


图 2 标定参照物

标定参照物上的每一个特征点的三维坐标可以精确地知道。根据前面第一部分所述,文中的摄像机标定方法步骤如下:

Step1:输入模板上方块的实际边长,计算角点的世界坐标(即每个黑格的公共点),并按从左至右、从下至上的顺序排列;

Step2:移动摄像机或模板,在不同的方位拍摄图像;

Step3:传入拍得的图像,用 OpenCV 中的 `cvFindChessboardCorners()` 函数提取角点,如果返回值是 1,表示提取角点成功,继续步骤(4);若为 0,表示失败,该幅图要抛弃,继续拍摄;

Step4:用 `cvCreateMat()` 为摄像机内外部参数、角点的世界坐标及图像像素坐标分配内存存储空间;

Step5:用公式(10)的线性模型标定得到摄像机各内外参数的初始值并输出;

Step6:再用公式(11)的非线性模型标定得到畸变因子 k_1, k_2, p_1, p_2 并输出;

Step7:用公式(12)得到更加精确的内参数。

3.2 标定结果

根据上述标定原理及实验步骤,利用 VC++ 6.0 实现了一个基于 OpenCV1.0 的摄像机标定程序。

由 2.1 节得到结果:

$$R = \begin{bmatrix} 0.652306 & -0.110028 & -0.749927 \\ 0.102195 & -0.992458 & -0.0677011 \\ 0.751745 & -0.0324783 & 0.658653 \end{bmatrix}$$

$$u_0 = 332.334, v_0 = 228.259$$

$$f_x = 804.657, f_y = 766.249$$

$$T = [-67.3399 \quad -78.6386 \quad 297.619]^T$$

由 2.2 节得到结果:

$$k_1 = 0.00101598$$

$$k_2 = 0.122098$$

$$p_1 = 6.3043e - 005$$

$$p_2 = -0.00107259$$

由 2.3 节得到结果:

$$u_0 = 332.316, v_0 = 228.295,$$

$$f_x = 803.323, f_y = 764.65$$

由 2.4 节得到结果:

$$E = 0.755433$$

由此可见文中算法简单,计算量小,而且精度较高。

4 结束语

文中采用的标定方法简单,而且模板在摄像机前的运动参数无需知道,实验条件要求较低,操作简单,精度较高,实用性较强。

参考文献:

- [1] 马颂德,张正友. 计算机视觉 - 理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社,1998:52-59.
- [2] Faugeras O D, Maybank S. Motion from point matches: multiplicity of solutions[J]. *Inll. J. Computer Vision*, 1990(4): 225-246.
- [3] Maybank S J, Faugeras O D. A theory of self-calibration of a moving camera[J]. *Inll. J. Computer Vision*, 1992, 8(2): 123-151.
- [4] 孟晓桥,胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. *自动化学报*, 2003(1): 110-111.
- [5] 于泓. 摄像机标定算法研究[D]. 济南:山东大学, 2006: 3-5.
- [6] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [7] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [8] 邱茂林,马颂德,李毅. 计算机视觉中摄像机标定综述[J]. *自动化学报*, 2000, 26(1): 47-48.
- [9] 周薇. 基于机器视觉的摄像机标定方法研究[J]. *电子元件应用*, 2008(11): 70-72.
- [10] 潘静,李为民. 基于 3D 立体靶标的摄像机标定算法[J]. *机械与电子*, 2007(5): 3-4.
- [11] 伍尤富. 基于平面模板的摄像机两步标定方法[J]. *电子科技*, 2007(9): 71-72.