

# 基于二元语义的语言加权取大改进算法的研究

鲍广宇, 连向磊, 何 明, 肖登海

(解放军理工大学 指挥自动化学院, 江苏 南京 210007)

**摘要:**为了解基于自然语言评价信息的多属性群决策问题,提出了一种基于二元语义的语言加权取大(T-LWM)改进算法。该算法利用二元语义对传统语言加权取大算法进行改进,将语言评价信息转换成二元语义形式,求取各决策者给出的属性权重平均值作为方案集结数据。该方法的目标是降低决策结果易受个别决策者不良数据影响,提高算法的健壮性。验证结果表明:与传统的语言加权取大算法相比,该算法具有运算简便,决策过程客观,分辨方案能力强的优点。

**关键词:**群体决策;偏好集结;二元语义;加权取大

中图分类号:C934;N945.25

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2009)11-0049-04

## Improved Linguistic Weighted Maximum Operator Based on Two-Tuple Linguistic Information Processing

BAO Guang-yu, LIAN Xiang-lei, HE Ming, XIAO Deng-hai

(Institute of Command Automation, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 210007, China)

**Abstract:** A new method which based on two-tuple linguistic is proposed to solve the deficiency of the traditional linguistic weighted maximum operator in solving multi-attribute group decision making problems. In the method, the linguistic assessment information is transformed into the 2-tuple linguistic representation, the average of different attributes weight value is taken into account. The object of the method is that amend the shortage of which the result is likely to be impacted by the "bad" value, make the algorithm robust. Finally, an example is used to demonstrate the good character of the improved operator: convenient, impersonal, particular.

**Key words:** group decision making; aggregation operator; two-tuple linguistic; linguistic weighted maximum

## 0 引言

在实际的多属性决策过程中,由于客观事物的复杂性和人类思维的模糊性,决策者通常用语言的形式对事物的属性进行评价。为有效集结语言评价信息,保证决策过程的客观、决策结果的公正,研究求解基于语言评价信息的集结算法具有重要的理论意义和应用价值,已逐步引起人们的重视<sup>[1~4]</sup>。

从已有的研究成果来看,求解基于语言信息的决策分析法主要分三类<sup>[4]</sup>:第一类是基于扩展原理的分析方法,将语言评价信息转化为模糊数,并依据扩展原理进行模糊数的运算与分析;第二类是基于符号转移的方法,即根据语言评价集自身的顺序和性质直接对语言短语符号进行运算或处理;第三类是二元语义分析方法,该方法是将决策者给出的偏好信息转化为二元语义形式,然后进行偏好集结。需要指出的是,利用

扩展原理和基于符号转移的方法得到的结果往往与最初给定的语言评价集不一致,只能由语言评价集近似地表示出来,会造成信息的损失和扭曲,而利用二元语义分析方法可以较好地克服以上缺陷。

文中描述了基于语言评价信息的多属性决策问题,简要介绍了二元语义的定义、性质,然后给出语言加权取大算法的定义,并分析了该算法的不足,提出了基于二元语义的语言加权取大改进算法,最后给出一算例验证了该算法的有效性。

## 1 研究基础

### 1.1 语言评价集

语言评价集  $S$  是一个预先定义好的有序集合<sup>[5]</sup>,一般由奇数个元素构成。比如考虑  $S$  是由 7 条语言短语构成的集合,即  $S = \{S_0 = \text{FC(非常差)}, S_1 = \text{HC(很差)}, S_2 = \text{C(差)}, S_3 = \text{YB(一般)}, S_4 = \text{H(好)}, S_5 = \text{HH(很好)}, S_6 = \text{FH(非常好)}\}$ 。容易得到  $S$  满足以下性质:

(1)  $S$  是有序的,当  $i \geq j$  时,  $s_i \geq s_j$ ;

收稿日期:2009-03-24;修回日期:2009-06-12

基金项目:总装预研基金项目(9140A06020206JB8102)

作者简介:鲍广宇(1974-),男,博士,教授,硕士生导师,研究方向为作战信息管理、系统仿真等。

(2) 存在逆运算,  $\text{neg}(s_i) = s_j$ , 其中,  $j = g - i$ , 这里,  $g + 1$  表示  $S$  中元素的个数;

(3) 极大化和极小化运算, 当  $s_i \geq s_j$  时,  $\text{Max}(s_i, s_j) = s_i$ ,  $\text{Min}(s_i, s_j) = s_j$ 。

## 1.2 二元语义的定义及性质

西班牙学者 Herrera 教授于 2000 年在文献[6]首次提出了关于语言信息集结的二元语义分析方法。

二元语义是一种基于符号转移的概念, 它采用一个二元组  $(s_i, \alpha_i)$  来表示决策者的语言评价信息, 其中  $s_i \in S, \alpha_i \in [-0.5, 0.5)$  为符号转移值, 表示由计算得到的语言信息与预先定义的语言评价集  $S$  中最贴近的语言短语之间的偏差。

定义 1<sup>[6]</sup>: 设  $s_i \in S$  是一个语言短语, 那么, 其相应的二元语义形式可通过下面函数获得:

$$\theta(s_i) = (s_i, 0), s_i \in S$$

定义 2: 设  $q_1, q_2, \dots, q_n$  为一组语言评价信息,  $q_i \in S, i = 1, 2, \dots, n$ , 实数  $\beta \in [0, g]$  为语言评价信息  $q_1, q_2, \dots, q_n$  经某种集结方法运算的结果, 则通过下面的函数  $\Delta$  能够求得与  $\beta$  相应的二元语义:

$$\Delta: [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5);$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha_i) = \begin{cases} s_i, i = \text{round}(\beta) \\ \alpha_i = \beta - i, \alpha_i \in [0.5, 0.5) \end{cases}$$

式中,  $\text{round}$  是“四舍五入”取整运算。

定义 3: 设  $(s_i, \alpha_i)$  是一个二元语义,  $s_i \in S, \alpha_i \in [-0.5, 0.5)$  则通过下面函数  $\Delta^{-1}$  可以将二元语义  $(s_i, \alpha_i)$  转化为相应的数值  $\beta \in [0, g]$ , 即:

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, g] \}$$

$$\Delta^{-1}(s_i, \alpha_i) = i + \alpha_i = \beta$$

假设  $(s_k, \alpha_k)$  和  $(s_l, \alpha_l)$  为任意两个二元语义, 它们具有如下性质:

1) 有序性:

(1) 当  $k > l$  时, 则  $(s_k, \alpha_k) > (s_l, \alpha_l)$ , 这里“ $>$ ”表示“优于”。

(2) 当  $k = l$  时, 分别有:

① 如果  $\alpha_k = \alpha_l$ , 则  $(s_k, \alpha_k) = (s_l, \alpha_l)$ , 这里“ $=$ ”表示“等于”;

② 如果  $\alpha_k > \alpha_l$ , 则  $(s_k, \alpha_k) > (s_l, \alpha_l)$ , 这里“ $>$ ”表示“优于”;

③ 如果  $\alpha_k < \alpha_l$ , 则  $(s_k, \alpha_k) < (s_l, \alpha_l)$ , 这里“ $<$ ”表示“劣于”。

2) 存在逆算法“neg”:

$\text{neg}((s_k, \alpha)) = \Delta(g - (\Delta^{-1}(s_k, \alpha)))$ , 其中,  $g + 1$  表示语言评价集  $S$  中元素的个数。

3) 极大化和极小化运算:

当  $(s_k, \alpha_k) \geq (s_l, \alpha_l)$  时, 有

$$\begin{cases} \text{Max}\{(s_k, \alpha_k), (s_l, \alpha_l)\} = (s_k, \alpha_k) \\ \text{Min}\{(s_k, \alpha_k), (s_l, \alpha_l)\} = (s_l, \alpha_l) \end{cases}$$

## 2 基于语言评价信息多属性决策问题描述

多属性群决策问题是从一个有限方案集  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} (m \geq 2)$  中选择最好的方案或进行方案排序<sup>[7]</sup>, 其中  $x_i$  表示第  $i$  个方案。属性集为  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} (n \geq 2)$ , 其中  $p_j$  表示第  $j$  个决策属性; 决策群体集为  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_l\} (l \geq 2)$ , 其中  $d_k$  表示第  $k$  个决策者。

假设决策者的权重向量为  $R = (r^1, r^2, \dots, r^l)^T$ , 其中  $r^k$  表示第  $k$  个决策者的权重; 决策者  $d_k$  针对属性集给出具有语言形式的权重向量为  $W^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k)^T$ , 其中  $w_j^k$  是决策者从预先定义好的语言评价短语集中选择一个元素作为对属性  $p_j$  重要程度的描述; 决策者  $d_k$  给出的具有语言形式的评价矩阵记为  $B^k = [b_{ij}^k]_{m \times n}$ , 其中  $b_{ij}^k$  为决策者从预先定义好的语言评价集  $S$  中选择一个元素作为方案  $x_i$  对应于属性  $p_j$  的评价值。多属性决策过程中决策者与方案、属性三者之间的关系如图 1 所示。

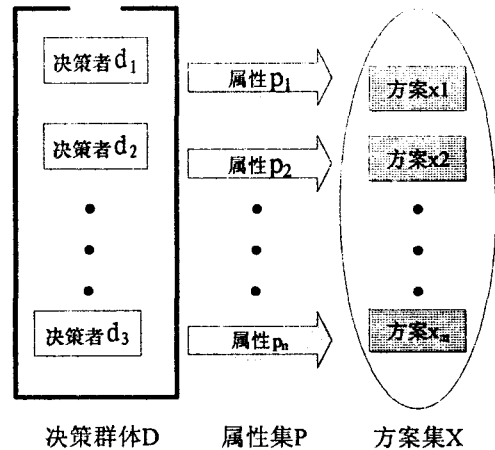


图 1 多属性群体决策框图

## 3 算法描述

### 3.1 语言加权取大算法定义

在决策理论中, 语言加权取大算法是一种担不起风险条件下的最佳决策准则: 小中取大 (MaxMin) 法则。该方法趋于保守, 是一种在恶劣条件下获得最大收益的方法, 是一种悲观决策法则<sup>[8]</sup>。

军事问题关系国家生死存亡, 任何决策都要慎之又慎, 要充分考虑最坏的情况, 在最不利的条件下求得最有利的结局, 因此 LWM 算法较普遍地应用于军事领域问题的决策。

假设  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  是一组语言数据, 则语言加权取大 LWM (Linguistic Weighted Maximum, 语言加权取大) 算法定义<sup>[9]</sup>为:

$$LWM_w(a_1, a_2, \dots, a_n) = \max_i \min(w_i, a_i)$$

其中  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  是语言数据  $a_i (i \in N)$  的加权向量, 且  $a_i, w_i \in S, i \in N$ 。该算法是通常的加权取大算法 (WM) 算法的拓展。

### 3.2 语言加权取大算法的分析

在传统的语言加权取大算法中, 决策者分别给出属性权重向量  $W^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k)^T$  和评价矩阵  $B^k = [b_{ij}^k]_{m \times n}$ , 然后利用 LWM 进行集结 ( $z_i^k(w) = \{\text{Max Min}(w_j^k, b_{ij}^k)\}$ ), 由分析可知, 该算法存在以下两点不足:

(1) 传统算法没有对决策者给出的属性权重值进行限定, 各个决策者给出的属性权重值之和不同, 致使决策结果的主观性过强, 且易受个别恶意数据的影响, 算法的健壮性不强。例如在式  $z_i^k(w) = \{\text{Max Min}(w_j^k, b_{ij}^k)\}$  中, 如果决策者  $d_k$  给出的属性权重向量  $W^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k)^T$  偏大, 由 LWM 算子的单调性可知, 运算结果  $z_i^k(w)$  必然偏大。再将  $z_i^k(w)$  代入  $z_i(w) = \text{MaxMin}((r_i, \delta_i), z_i^k(w))$ , 求取群体关于方案偏好时,  $z_i(w)$  的值会偏大, 由此可见, 不对权重向量进行有效控制, 个别决策者的评价数据会以更大概率影响群体最后的决策结果。

(2) 传统算法的运算结果精度较低, 可能会出现两个方案的运算结果相同, 致使无法比较方案的优劣。这一不足由后面的实验结果对比可以看出, 这里不做过多陈述。

### 3.3 基于二元语义的语言加权取大改进算法

为最大程度修正传统语言加权取大算法的偏好集结误差, 提出基于二元语义的语言加权取大改进算法 (Two - tuple Linguistic Weighted Maximum, T - LWM), 该算法可有效地降低由于决策者对属性权重主观判断上的整体偏大或偏小对运算结果的影响, 具有较强的方案分辨能力。

算法运算步骤如下:

步骤 1: 首先对语言评价矩阵进行规范化处理, 得到属性类型统一的评价矩阵  $B^k = [b_{ij}^k]_{m \times n}$ , 即把矩阵的所有属性评价价值都转换为效益型。

步骤 2: 利用转换函数  $\theta$  分别将属性的评价价值, 属性权重值, 决策者的权重值转换为二元语义的形式:  $(w_i, \beta_i), (s_i, \alpha_i), (r_i, \delta_i)$ 。

步骤 3: 为了消除不同决策者在属性权重评价时存在整体偏重或偏轻的现象对集结结果造成的影响,

采取求取各决策者给出的以二元语义形式表示的属性权重值的平均值作为各方案统一的权重值。

$$\begin{cases} w_1 = \Delta \frac{(\Delta^{-1}\theta(w_1^1) + \Delta^{-1}\theta(w_1^2) + \dots + \Delta^{-1}\theta(w_1^l))}{l} \\ w_2 = \Delta \frac{(\Delta^{-1}\theta(w_2^1) + \Delta^{-1}\theta(w_2^2) + \dots + \Delta^{-1}\theta(w_2^l))}{l} \\ \vdots \\ w_n = \Delta \frac{(\Delta^{-1}\theta(w_n^1) + \Delta^{-1}\theta(w_n^2) + \dots + \Delta^{-1}\theta(w_n^l))}{l} \end{cases}$$

步骤 4: 利用 T - LWM 算法对决策者  $d_k$  给出的语言评价矩阵中的第  $i$  行评价信息进行集结, 得到决策者  $d_k$  关于方案  $x_i$  的综合属性值  $z_i^k(w) (i \in M)$ :

$$z_i^k(w) = \{\text{MaxMin}((w_i, \beta_i), (s_i, \alpha_i))\} \quad (1)$$

步骤 5: 再次利用 T - LWM 算法对每一个决策者给出的方案综合属性值进行集结, 得到群体关于方案  $x_i$  的综合属性值  $z_i(w)$ :

$$z_i(w) = \text{MaxMin}((r_i, \delta_i), z_i^k(w)) \quad (2)$$

步骤 6: 根据  $z_i(w)$  的大小对方案进行排序,  $z_i(w)$  的值越大方案越优。

## 4 实验及结果分析

设某机步旅执行战斗开进任务, 为最大程度安全、隐蔽、快速到达集结地域, 需要优选开进路线与方式。该机步旅有三种开进方案, 分别为  $x_1, x_2$  和  $x_3$ , 评价方案的四个属性值分别为对敌隐蔽性  $P_1$ , 行进安全性  $P_2$ , 行动时效性  $P_3$ , 行动经济性  $P_4$ , 现有三名军事专家从语言评价集中选择语言短语对这三个方案进行评价 (见表 1~4), 三个专家的权重向量  $R$ 、给出的属性权重向量  $W^k$  和属性评价矩阵  $B^k (k = 1, 2, 3)$  如下:

$$R = (YB, H, HH)^T$$

表 1 各决策者给出的属性权重值

决策者	属性权重值			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$d_1$	HH	YB	HC	C
$d_2$	H	YB	Z	HZ
$d_3$	H	H	C	YB

表 2 决策者 1 给出的各方案属性值

方案	属性评价价值			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$x_1$	H	YB	H	H
$x_2$	HC	C	YB	HH
$x_3$	C	HC	H	C

表 3 决策者 2 给出的各方案属性值

方案	属性			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$x_1$	YB	FH	FC	C
$x_2$	YB	H	H	HC
$x_3$	H	C	HC	FH

表 4 决策者 3 给出的各方案属性值

方案	属性			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$x_1$	C	YB	HC	YB
$x_2$	HH	H	YB	FC
$x_3$	H	H	C	FC

运算步骤如下:

(1) 将语言形式的信息转化为二元语义形式,求得专家一致的属性权重值:

$$w_1 = \Delta \left( \frac{\Delta^{-1}\theta(HH) + \Delta^{-1}\theta(H) + \Delta^{-1}\theta(H)}{3} \right) \\ = (H, \frac{1}{3})$$

同理可得

$$w_2 = (YB, \frac{1}{3}), w_3 = (C, \frac{1}{3}), w_4 = (YB, \frac{1}{3})$$

方案的属性权重值向量为:

$$W = ((H, \frac{1}{3}), (YB, \frac{1}{3}), (C, \frac{1}{3}), (YB, \frac{1}{3}))^T$$

(2) 求出三名决策者对方案的偏好:

决策者 1 对各个方案偏好二元语义形式的运算结果:

$$z_1^1 = \text{Max}[\text{Min}((H, \frac{1}{3}), (H, 0)), \text{Min}((YB, \frac{1}{3}), \\ (YB, 0)), \text{Min}((C, \frac{1}{3}), (H, 0)), \text{Min}((YB, \\ \frac{1}{3}), (H, 0))] \\ = \text{Max}[(H, 0), (YB, 0), (C, \frac{1}{3}), (YB, \frac{1}{3})] \\ = (H, 0)$$

$$z_2^1 = (YB, \frac{1}{3}); z_3^1 = (C, \frac{1}{3})$$

同理可得,决策者 2 对方案偏好的二元语义形式的运算结果:

$$z_1^2 = (YB, \frac{1}{3}); z_2^2 = (YB, \frac{1}{3}); z_3^2 = (H, 0)$$

决策者 3 对方案偏好的二元语义形式的运算结果:

$$z_1^3 = (YB, 0); z_2^3 = (H, \frac{1}{3}); z_3^3 = (H, 0)$$

(3) 利用公式(2),根据步骤 2 得出的决策者关于方案的偏好进行集结得出群体意见:

$$z_1 = \text{Max}[\text{min}((H, 0), (YB, 0)), \text{min}((YB, \frac{1}{3}), \\ (H, 0)), \text{min}((YB, 0), (HH, 0))] \\ = \text{Max}[(YB, 0), (YB, \frac{1}{3}), (YB, 0)] \\ = (YB, \frac{1}{3}) \\ z_2 = (H, \frac{1}{3})$$

$$z_3 = (H, 0)$$

(4) 根据运算结果对方案进行排序:方案 2 最优,方案 3 次之,方案 1 最差。

表 5 比较了分别利用传统 LWM 算法和改进的 T-LWM 算法运算结果的异同。对比可见,利用 LWM 算法无法比较方案  $z_2$  和  $z_3$ ,验证了第三节对 LWM 算子不足的分析。

表 5 LWM 与 T-LWM 算法结果比较及分析

算法	运算结果	方案排序	结果分析
LWM	(YB, H, H)	$z_2 = z_3 > z_1$	两算法结果具有较好的一致性, T-LWM 算法具有更好的方案分辨能力
T-LWM	$((YB, \frac{1}{3}), (H, \frac{1}{3}), (H, 0))$	$z_2 > z_3 > z_1$	

## 5 结束语

针对传统语言加权取大算法的不足,借鉴二元语义的思想,将语言评价信息转换为二元语义形式,提出了基于二元语义的语言加权取大改进算法。在减少了信息集结过程造成的信息扭曲和损失,保留了 LWM 算法优点等方面做出有益的探索。

实验结果表明该算法具有较好的健壮性和更强的分辨方案能力。

## 参考文献:

- [1] 卫贵武,林 锐. 基于二元语义多属性群决策的灰色关联分析法[J]. 系统工程电子与子技术, 2008, 30(9): 1686-1689.
- [2] 姜艳萍,樊治平. 基于二元语义符号运算的群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(11): 1373-1376.
- [3] Herrera F, Herrera-Viedma E. Linguistic decision analysis: step for solving decision problems under linguistic information[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 115: 67-82.
- [4] 鲍广宇,付丰科. 一种基于二元语义的群决策算法[C]//第十五届信息化理论学术研讨会论文集. 南京:中国电子学会电子系统工程分会, 2008.
- [5] 徐泽水. 纯语言多属性群决策方法研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 778-782.
- [6] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 746-752.
- [7] 卫贵武. 权重信息不完全的二元语义多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(2): 273-277.
- [8] 李玉俭,司保华,傅 凝. 基于多级 LWM 算子多属性决策方法的军事友好国家分析模型[M]//系统仿真及其应用. 合肥:出版者不详, 2006: 215-219.
- [9] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.