

基于图像特征方向的 PDE 去噪方法

许江, 张弓

(南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏 南京 210016)

摘 要: 基于 PDE 的非线性扩散滤波方法对接近高斯分布的噪声可以取得较好的效果, 但对脉冲噪声效果不是很理想。文中应用了基于图像特征方向的正交坐标系, 使噪声消除具有了方向性, 并提出了新的扩散系数函数, 改变了图像边缘阈值, 使其能在消除高梯度图像噪声的同时保持了边缘, 在一定程度上解决了边缘保持和噪声消除之间的矛盾。

关键词: 偏微分方程; 边缘阈值; 噪声消除; 图像特征方向

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2009)05-0072-03

PDE Method Based on Image Feature Direction Applied in Image Smoothing

XU Jiang, ZHANG Gong

(Dept. of Information Sci. and Techn. of Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Nonlinear diffusion filtering based on partial differential equation(PDE) does well in removing Gaussian noise, but makes no difference to pulse noise. From analyzing the diffusion coefficient of Perona & Malik model, a new diffusion coefficient function was put forward by changing the threshold value of edge in diffusion function, and a new orthogonal coordination based on the direction of image feature was put in use, so it can get rid of the noise of image, and preserves edges better, moreover it overcomes the contradictions between keeping edges and eliminating noise.

Key words: partial differential equation; threshold value; noises removal; direction of image feature

0 引言

在图像去噪过程中常需要进行平滑处理, 该操作很容易破坏图像边缘, 为了避免破坏图像边缘, 对图像的去噪处理应注意以下特点: (1) 图像边缘处平滑度小, 图像平坦区域平滑度大; (2) 沿着图像边缘的方向平滑度最大, 垂直图像边缘的方向平滑度最小。基于偏微分方程(Partial Differential Equation)^[1,2], PDE) 的非线性的各向异性扩散滤波方法是近十几年来研究十分活跃的图像滤波方法。它的去噪过程为: 通过建立噪声图像为某非线性 PDE 的初始条件, 然后求解这个 PDE 得到在不同时刻的解, 即为滤波结果。代表模型为基于 PDE 的非线性扩散滤波方法(P-M 模型) 的各向异性的去噪模型^[3,4], 根据图像的梯度值决定扩散的速度, 使之能兼顾噪声消除和边缘保持两方面的要

求。以 P-M 模型为代表的这类方法已经在图像增强^[3~7], 图像分割^[7,8]和边缘检测^[1,9]等领域得到了广泛的应用。

基于 PDE 的非线性扩散滤波对接近高斯分布的噪声消除可取得好的效果, 而对于脉冲噪声, 其效果并不理想。因此, 文中提出了一种新的边缘阈值函数, 并应用于基于图像特征方向^[1,5,10,11]的 PDE 方法中, 使其在消除图像噪声的同时, 可以很好地保持图像的边缘, 在一定程度上克服了边缘保持和噪声消除之间的矛盾^[1,9]。

1 P-M 模型的不足与改进方法

1.1 P-M 模型

P-M 模型是一种非线性的各向异性方法, 目的是为了克服线性滤波方法存在的模糊边缘和平滑效果较差的缺点。基本思想是: 图像特征强的地方减小扩散系数, 图像特征弱的地方增大扩散系数。方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \operatorname{div}(c(|\nabla u|)\nabla u), t > 0 \\ u(x, y, 0) &= u_0(x, y), t = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2008-08-23

基金项目: 国防科工委航空科学基金(04D52032)

作者简介: 许江(1983-), 男, 江苏无锡人, 硕士研究生, 研究方向为雷达图像处理、现代信号处理; 张弓, 教授, 研究方向为发现雷达信号与雷达图像处理等。

其中, c 为扩散程度的主控因子, $u_0(x, y)$ 为初始图像。这是偏微分方程领域内比较典型的初值问题, 在不同的 t 时刻可以得到在此时刻下扩散滤波后的图像。 ∇u 表示图像的梯度, 它是一个图像空间内的梯度矢量, 表示为 $\nabla u = (u_x, u_y)$, 一般来讲, 梯度是反映图像特征的一个物理量, $c(|\nabla u|)$ 一般称之为扩散系数函数, 它是梯度幅值的减函数, 即梯度大的地方, 扩散系数小, 在梯度小的方向, 扩散系数大, 这样就形成了方向性的自适应扩散, 即与图像局部梯度有关的扩散滤波。

1.2 P-M模型的不足与改进方法

在实际应用中, 如果图像存在大幅度噪声, 这些噪声将产生大梯度值, 这就无法把噪声和边缘区分开来, 而根据公式(8)可知, 大梯度值会使扩散系数变小, 噪声就不能被充分平滑, 这就使整幅图像的平滑效果就会变得较差。所以文中采用一种新的 (η, ϵ) 坐标系, 使得平滑具有方向性, 在图像特征多的区域平滑量应该尽可能的小甚至不平滑, 在图像特征少的区域或没有图像特征的区域平滑量要大。由于图像在不断的平滑过程中, 图像的梯度 $|\nabla u|$ 在进行缓慢地变化, 所以对于判断图像边缘还是平坦区域的阈值不能再设置为常数, 而应该是一个随时间 t (迭代次数 n) 变化的减函数, 于是文中提出了一种基于时间 t 的新的边缘阈值函数:

$$k = th * \exp(-t), t = \Delta t * (n - 1) \quad (2)$$

Δt 为迭代步长一般不超过 0.25, 文中取 $\Delta t = 0.1$, th 为通过边缘估计得到的边缘阈值初值, 文中用的是 sobel 边缘估计, 由图 1 可以看出当 $t = 6$ 时, 也即 $n \geq 60$ 时, 边缘阈值趋于稳定。

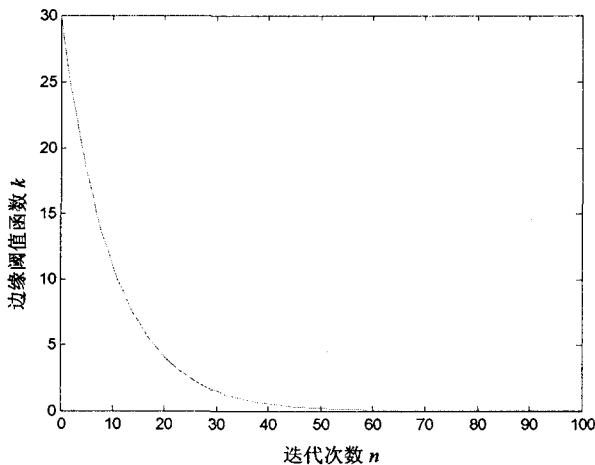


图1 边缘阈值函数的波形

1.3 基于图像特征的内在坐标系

建立扩散方程的内在坐标系, 定义了坐标系 (η, ϵ) , η 为图像梯度方向, ϵ 为垂直图像梯度方向, 即 ϵ 为

沿图像特征方向(边缘), ϵ 与 η 是正交的, 在图像空间坐标系 (x, y) 下对应的 (η, ϵ) 有如下表示:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \begin{bmatrix} -u_y \\ u_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$u_{\epsilon\epsilon} = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (5)$$

$$u_{\eta\eta} = \frac{u_x^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (6)$$

$$u_{\eta\eta} + u_{\epsilon\epsilon} = u_{xx} + u_{yy} \quad (7)$$

取新的扩散系数:

$$c(|\nabla u|) = \frac{1}{\sqrt{1 + |\nabla u|^2/k^2}} \quad (8)$$

在 (η, ϵ) 坐标系下 P-M 方程变为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c(|\nabla u|) \cdot \left\{ u_{\epsilon\epsilon} + \left[1 + \frac{|\nabla u| c'(|\nabla u|)}{c(|\nabla u|)} \right] u_{\eta\eta} \right\} \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{1 + |\nabla u|^2/k^2} \cdot \left(u_{\epsilon\epsilon} + \frac{1 - |\nabla u|^2/k^2}{1 + |\nabla u|^2/k^2} u_{\eta\eta} \right) \quad (10)$$

原方程就变为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1 + |\nabla u|^2/k^2}} \cdot \left(u_{\epsilon\epsilon} + \frac{1}{1 + |\nabla u|^2/k^2} u_{\eta\eta} \right) \quad (11)$$

$$k = th * \exp(-t), t = \Delta t * (n - 1) \quad (12)$$

Δt 为迭代步长一般不超过 0.25, 文中取 $\Delta t = 0.1$ 。

由图 1 可以看出, 当平滑达到一定次数时, 边缘阈值趋于稳定, 由于边缘具有较大的梯度值, 根据式(8)得到的扩散系数 $c(|\nabla u|)$ 趋于 0, 边缘基本不执行扩散, 满足模型要求。

2 实验结果与结论

选取标准图像进行实验(见图 2), (a) 是清晰的标准图像, (b) 是加噪图像, (c) 是中值滤波得到的结果, (d) 是 P-M 模型迭代 200 次得到的结果, (e) 是文中算法得到的结果, 从图 2 可以看出: (d), (e) 的滤波效果要好于 (c), 但 (d) 的边缘发生了模糊, 而 (e) 的边缘保持效果要好于 (d) 并且平滑效果要好于 (c)。

文中对原有的 P-M 模型进行了修改, 把扩散函数中的边缘阈值 K 由常数变为时间 t 也就是迭代次数的指数衰减函数, 符合边缘阈值 K 的实际变化情况, 并把 P-M 模型应用于新的坐标系下, 使扩散具有方向性, 取得了一定的效果, 但是文中算法中引入的边缘

阈值函数使得运算量增大,运行效率降低,这是本算法的不足之处,但所提出的边缘阈值函数是一个指数减函数,相对于其他类型的减函数具有较好的衰减性,收敛也较快,计算量相对会小一些。

文中用峰值信噪比(PSNR)作为衡量指标:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^M \sum_{y=0}^N [u(x, y) - u_0(x, y)]^2} \quad (13)$$

$u(x, y)$ 为滤波后的图像, $u_0(x, y)$ 为原始图像, $M \times N$ 为图像大小,通常 PSNR 越大,说明滤波效果越好。3 种滤波方法的比较结果如图 2 所示。

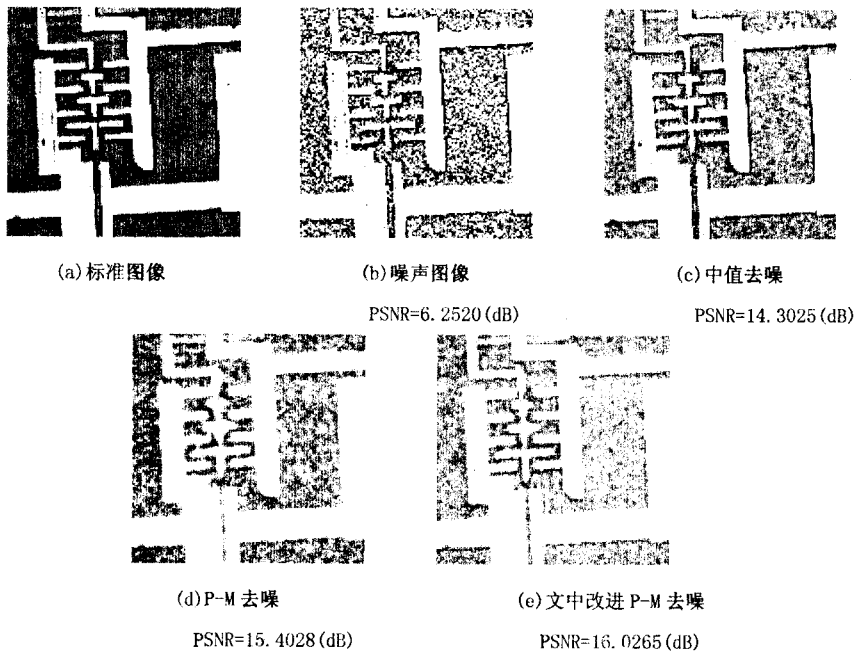


图 2 3 种滤波方法的效果比较

3 文中方法的不足及需要改进的地方

使用了新的边缘阈值函数,但在边缘阈值初值的计算上尚有不足,主要是初值的确定只是单一地使用了 sobel 边缘估计,得到唯一的判决门限,事实上,图像的边缘与均匀区域的判别并不能由单一的阈值完全决定,在图像中边缘的梯度一般是大于噪声的梯度的,但在噪声强度很大的区域,该区域的梯度会接近甚至大于边缘的梯度,所以对于判决门限来说,该区域会被认为是边缘,但是这些区域正是需要平滑的区域,这样会使边缘也得到较大的平滑,导致了边缘的模糊,所以这是后续工作需要解决的问题。

最简单也是最常用的方法是先用高斯核对原图像进行卷积,由于背景噪声点经过高斯平滑后,会和周围的点产生正负抵消而使其随机变化特征被明显减弱,

因此梯度值会较小,而目标点由于与背景的差别并非由噪声引起,因此被高斯平滑算子作用后梯度值仍然比较大,再用文中的模型进行处理就会得到较好的平滑效果。

参考文献:

- [1] Perona P, Malik J. Scale - space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629 - 639.
- [2] You Yu - Li, Xu Wen - yuan, Allen T, et al. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing[J]. IEEE. Trans. Image Processing, 1996, 5 (11): 1539 - 1553.
- [3] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise Removal algorithms [J]. Physica. D, 1992, 60(1 - 4): 259 - 268.
- [4] Sonka M, Hlavac V, Boyle R. Processing, Analysis and Machine Vision [M]. Second Edition. 北京: 人民邮电出版社, 2002.
- [5] Carmona R A, ZhongSifen. Adaptive smoothing respecting feature directions[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 353 - 358.
- [6] CaRe F, Lions P, Morel J, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. Science and Industry Advances with Mathematics Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182 - 193.
- [7] Alvarez L, Lions P, Morel J. Image selective smothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, J. Numerical Analysis, 1992, 29(3): 845 - 866.
- [8] Weickert J. Coherence enhancing diffusion filtering[J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 31(2 - 3): 111 - 127.
- [9] Gilboa G, Sochen N. Regularized shock filters and complex diffusion[C]//Proceedings of Europe Conference on Computer Vision. Denmark, Copenhagen: [s. n.], 2002: 399 - 413.
- [10] Koenderink J. The structure of images[J]. Biological Cybernetics, 1984(5): 363 - 370.
- [11] Chen Y M, Vemuri B C, Wang L. Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2000, 39(5 - 6): 131 - 149.