

# 一种基于粗糙集合理论的彩色图像分割

张 恒,冯子亮

(四川大学 图像图形研究所,四川 成都 610064)

**摘 要:**在数字图像处理中,图像分割是其中的一个重要问题,也是一个经典难题。基于阈值选取方法的图像分割计算简单,具有较高的运算效率,其方法多种多样,但是方法选取直接影响到图像分割的质量。为了对彩色图像进行合理的分割,获得合适的阈值,提出了一种基于粗糙集理论的彩色图像分割算法。它将基本直方图作为图像粗糙集的下近似,将Histon直方图作为其上近似,计算出图像粗糙度后通过单峰子集分离法实现对图像的分割。实验结果表明该算法对背景复杂和颜色渐变的彩色图像有较好的分割效果。

**关键词:**粗糙集;直方图;图像分割

**中图分类号:**TP391.41

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2009)02-0039-03

## Color Image Segmentation Based on Rough Set Theory

ZHANG Heng, FENG Zi-liang

(Institute of Image and Graphics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** Image segmentation is an important problem of digital image processing and also a common difficult problem. Image segmentation based on selection of image threshold methods has characters of calculating simply and operating efficiency highly. The efficiency of image segmentation depends on the selection of image threshold methods directly. For segmenting natural images with regions having gradual variations in color value, a new technique based on the rough set theory for color image segmentation has been presented in this paper. By considering the histogram as the lower approximation of the rough set of image and the Histon as upper one, the segmentation of color images can be processed by the method for separation of using unimodal distribution. The experimental results show that the technique has excellent effect on the images with complex background or gradually changing shades.

**Key words:** rough set; histogram; image segmentation

## 0 引 言

图像分割是把图像按照灰度、颜色或者纹理等特征将图像分成许多不重叠的区域,使人们能够把感兴趣的对象分离出来。基于直方图阈值的图像分割是一种应用很广的图像分割方法,它的优点是不需要任何关于图像的先验信息,算法很简单,但没有考虑到各像素在空间上的联系。为了克服这个缺点,Moahbey等人提出了称为Histon的改进的直方图<sup>[1]</sup>,它在原直方图的基础上考虑了每个像素和周围像素颜色间的近似关系。但是通过试验发现由于Histon是在原直方图的基础上计算得到的,它的值受原直方图影响比较大,在许多情况下并不能十分清楚、准确地反映出像素在

空间上的联系,不利于进行分割。

在粗糙集理论中,上近似和下近似是反映集合等价关系的两个重要指标,从这两个指标可以算出集合的粗糙度,从而表明知识的不完全程度,反映出元素和某一子集的从属关系;图像的直方图和改进直方图Histon和粗糙集理论中近似空间的概念很类似,因此文中将它们分别看作是图像的下近似和上近似,从而计算出图像粗糙度,它能更好地反应出图像内部各部分之间的联系,最终可以实现彩色图像的分割。

## 1 Histon 直方图的概念与构造

Histon直方图的概念是由Moahbey和Ray提出来的,和原来的直方图相比它在计算的过程中还考虑到了各像素和它周围像素颜色间的近似关系,有利于对图像进行分割。

设 $I$ 是大小为 $M \times N$ 的RGB图像, $I(m, n, i)$ 表示坐标为 $(m, n)$ 的像素 $i$ 原色分量的灰度值,则 $R$ 、 $G$ 、 $B$ 三原色的直方图分别可由下式求出:

收稿日期:2008-05-29

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(60736046)

作者简介:张 恒(1983-),男,四川邛崃人,硕士研究生,研究方向为图像处理;冯子亮,副教授,研究方向为空管自动化系统、图像处理等。

$$h_i(g) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \delta(I(m, n, i) - g) \quad (1)$$

其中,  $0 \leq g \leq L-1$ , 且  $i = \{R, G, B\}$ ,  $\delta(\cdot)$  表示脉冲函数,  $g$  表示像素中  $i$  原色分量的灰度值,  $L$  表示最大灰度值,  $h_i(g)$  表示  $i$  原色的直方图函数。

设像素  $I(m, n)$  周围有  $P \times Q$  个像素, 则它和周围像素点的总距离为:

$$d_T(m, n) = \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} d(I(m, n), I(p, q)) \quad (2)$$

其中  $d(I(m, n), I(p, q))$  表示像素  $I(m, n)$  和  $I(p, q)$  间的欧几里德距离。定义一个  $M \times N$  的矩阵, 它的每个元素可由下式得到, 其中  $\text{expanse}$  是用来表示门限值的一个常数:

$$X(m, n) = \begin{cases} 1, & d_T < \text{expanse} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

则 Histon 可由下式求出:

$$H_i(g) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (1 + X(m, n)) \delta(I(m, n, i) - g) \quad (4)$$

其中,  $0 \leq g \leq L-1$ , 且  $i = \{R, G, B\}$ 。

从计算过程中可以看出预先定义了一个门限值, 所有和周围像素颜色距离和小于这个值的像素被看成是一类其他的像素为另一类。在计算时如果像素点属于第一类则在原来直方图的基础上把值再增加一, 最后累加得到的值便是 Histon 直方图的值。

## 2 粗糙集的概念

给定一个有限的非空集合  $U$  称为论域 (Universe),  $R$  为  $U$  上的一族等价关系, 则称知识库  $K = (U, R)$  为一个近似空间, 设  $x$  为  $U$  中的一个对象,  $X$  为  $U$  的一个子集,  $R(x)$  表示所有与  $x$  不可分辨的对象所组成的集合。当  $X$  能用  $R$  的属性确切地描述时,  $X$  是  $R$  可定义的, 称  $X$  为  $R$  精确集, 当  $X$  不能用  $R$  的属性确切描述时,  $X$  是  $R$  不可定义的, 称  $X$  为  $R$  的非精确集或粗糙集<sup>[2]</sup>。

定义 1: 设集合  $X \subseteq U$  为任一子集,  $R$  是  $U$  上的等价关系, 则称

$$\underline{RX} = \{x \in U : [x]_R \subseteq X\} \quad (5)$$

$$\bar{RX} = \{x \in U : [x]_R \cap X \neq \emptyset\} \quad (6)$$

分别为  $X$  的  $R$ -下近似 (Lower Approximation) 和  $R$ -上近似 (Upper Approximation)。而  $BN_R(X) = \bar{RX} - \underline{RX}$  则称  $X$  的  $R$ -边界区域 (Boundary)。

集合的不精确性是由于边界区域的存在所引起的。集合的边界区域越大则精确性越低<sup>[3]</sup>。为了更精确地表达这一点, 下面引入不精确性的度量。

定义 2: 由等价关系  $R$  定义的非空集合  $x \in U$  的

近似精度为<sup>[4]</sup>:

$$\alpha_R(X) = \frac{|\underline{RX}|}{|\bar{RX}|} \quad (7)$$

其中  $|X|$  表示集合  $X$  的基数。近似精度反映了根据现有知识对  $X$  的了解程度;  $X$  关于  $A$  的粗糙度定义为

$$\rho_R(X) = 1 - \frac{|\underline{RX}|}{|\bar{RX}|}, \text{ 它反映了知识的不完全程度。}$$

显然有  $0 \leq \rho_R(X) \leq 1$ , 对于每个  $R$  和  $X \subseteq U$ , 如果  $\rho_R(X) = 0$ , 则  $X$  的边界区域为空,  $X$  为  $R$  可定义的, 此时  $X$  为  $R$  的精确集。否则  $X$  不能用  $R$  的属性确切描述,  $X$  为  $R$  的粗糙集。

## 3 基于粗糙集理论的彩色图像分割

基本直方图和 Histon 直方图都可以和粗糙集理论中近似空间的概念联系起来。其中基本直方图根据像素的灰度值把像素划分成很多的子集, 每个像素都可以被明确地分到属于自己的子集中去, 因此它被看成是下近似; 而 Histon 直方图中每个子集还包含了所有与周围颜色相近的像素点, 因此它可以被看作是上近似。为了进一步验证可以把基本直方图和 Histon 带入下面这些公式中<sup>[5]</sup>:

$$\underline{R}(X) \subseteq X \subseteq \bar{R}(X) \quad (8)$$

$$R(\phi) = \bar{R}(\phi) = \phi \quad (9)$$

$$\underline{R}(u) = \bar{R}(u) = u \quad (10)$$

$$\bar{R}(X \cup Y) = \bar{R}(X) \cup \bar{R}(Y) \quad (11)$$

$$\underline{R}(X \cap Y) = \underline{R}(X) \cap \underline{R}(Y) \quad (12)$$

$$X \subseteq Y \Rightarrow \underline{R}(X) \subseteq \underline{R}(Y) \quad (13)$$

$$X \subseteq Y \Rightarrow \bar{R}(X) \subseteq \bar{R}(Y) \quad (14)$$

$$\underline{R}(-X) = -\underline{R}(X) \quad (15)$$

$$\bar{R}(-X) = -\bar{R}(X) \quad (16)$$

这里发现基本直方图和 Histon 完全满足粗糙集理论中的这些性质, 因此把它们和粗糙集理论中的下近似和上近似的概念联系起来。根据粗糙集的相关概念, 可以由下式求出粗糙度<sup>[6]</sup>:

$$\rho_i(g) = 1 - \frac{|\underline{h_i(g)}|}{|\bar{h_i(g)}|} \quad (17)$$

其中,  $0 \leq g \leq L-1$  且  $i = \{R, G, B\}$ ,  $\rho_i(g)$  表示  $i$  原色的粗糙度函数。

由上式可以得出当 Histon 的值远远大于直方图的值时粗糙度的值最大 (接近于 1), 这种情况表明灰度为  $g$  的像素点多位于像素值变化很小的区域内, 相反当粗糙度很小时则意味着灰度为  $g$  的像素常位于像素值变化比较大的区域, 也就是图像中某些部分的交界区<sup>[7]</sup>。

由粗糙度函数的性质可以看出图像中每个区域的中心点应该位于粗糙度函数的波峰位置, 而各个区域

之间的边界部分则应位于粗糙度函数的波谷位置。因此可以根据图像的粗糙度函数,使用单峰子集分离法对图像进行分割<sup>[8]</sup>。这样做和基于直方图或 Histon 的方法相比至少有下面两个好处:

第一,某些情况下在直方图和 Histon 函数的曲线中没有明显的波峰,而在我们的粗糙度函数的曲线上可以看到明显的波峰。造成这种现象的原因可能是某些区域所包含的像素数目比较少,在基于直方图或 Histon 的分割时这些区域往往会被忽略掉而被划分到其他的区域中去,但在基于粗糙度函数的曲线中这些区域却会出现很明显的波峰从而避免出现错分的情况,因此得到更好的分割效果。

第二,使用粗糙度划分时,粗糙度反映出了像素点和周围像素的近似程度,能够更准确地找到图像中各区域中心点和边界的值,这样最后划分出来的图像将更为准确。

#### 4 结果分析

用上述方法对多个图像进行了分析,得到了不错的结果。例如:对图1进行了处理得到其R原色的直方图和粗糙度的图,分别为图2和图3。



图1 海滩原图

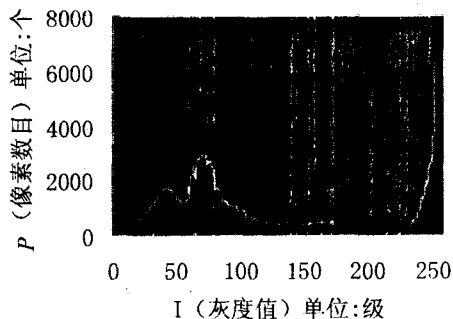


图2 原图R原色直方图

从图中可以看到直方图波峰为45、72、254,波谷为56、209;而粗糙度的图波峰为41、75、135、161、249,

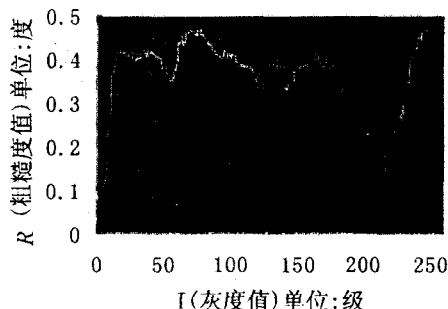


图3 原图R原色粗糙度图

波谷为56、121、144、215;根据得到的值对图1处理后分别得到图4和图5,可以看出原图主要有天空、云、山、大海和沙滩几个大的部分,图4中天空、云、山并没有很好分开,相比而言图5的结果更能让人接受,更符合我们的预期,划分更为精确。



图4 按直方图分割图



图5 按粗糙度分割图

#### 5 结束语

提出了一种基于粗糙集合理论的彩色图像分割方法。这种方法是基于直方图的图像分割方法的变形,笔者引入了粗糙度的概念,并在它的基础上进行处理。和基于直方图的图形分割算法相比其计算复杂度更高,但粗糙度的值能够更为准确地反映出图像的内在联系,有利于更为准确地对图像进行划分。实验表明本方法在处理背景比较复杂的图像和颜色变化比较缓慢的图像时效果较好,能够得到较理想的划分结果。

#### 参考文献:

- [1] Mohabey A, Ray A K. Fusion of Rough Set Theoretic Approximations and FCM for Color Image Segmentation[C]// Systems, Man, and Cybernetics, 2000 IEEE International Conference. [s.l.]:[s.n.], 2000:1529-1534.
- [2] Pawlak Z. Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1991.

(下转第44页)

### 4.2 文中的演化规则

文中演化规则的(1)、(2)、(3)步与李算法一样,第(4)步省去了“减最小剩余权”步骤,文中元胞演化规则如下:

若中心元胞状态为

(1)  $S\_M$  状态,表示该元胞处于成熟状态,已被寻路,不做变化;

(2)  $S\_B$  状态,表示此顶点已经被寻路,下一时刻翻转到  $S\_M$ ;

(3)  $S\_N$  状态,表明该元胞处于空闲状态,检查前一时刻邻居的元胞状态;

若存在任一邻居  $j$  为  $S\_B$  状态,则中心元胞  $i$  翻转到  $S\_G$ ,修改中心元胞  $i$  的剩余权为

$$R_i = \text{distance}(i, j)$$

其中  $\text{distance}(i, j)$  为图中顶点  $i$  到顶点  $j$  之间的边长。

(4)  $S\_G$  状态,表明该元胞处于生长状态,如同一行中无元胞处于  $S\_B$  状态,则找出同一行中处于生长状态的元胞的最小剩余权值为  $mr$  和具有此剩余权的元胞  $i$ ,元胞  $i$  的状态下一时刻翻转为  $S\_B$ ;如同一行中有元胞处于  $S\_B$  状态,且如元胞  $k$  存在任一邻居  $j$  的状态为  $S\_B$ ,且  $\text{distance}(k, j) < R_k$ ,则更新  $R_k$  为:  $R_k = \text{distance}(k, j)$ 。

相应的元胞状态转换图如图 2 所示。

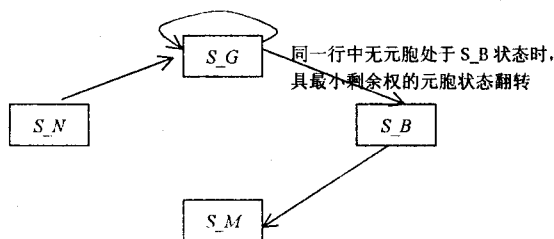


图 2 元胞状态转换图

用文中算法求图 1 的从  $v_0$  到  $v_5$  的最短路径的元胞演化状态表见表 2。

所求得的最短路径  $v_0, v_1, v_2, v_3, v_5$  与用李算法以及用 Dijkstra 算法求解结果完全一致,而且表 2 与表 1 相比共省去 6 次“减最小剩余权”的操作,效率的提高较明显。

表 2 文中的算法的演化状态表

演化	$v_0$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
0	$S\_B$	$S\_N$	$S\_N$	$S\_N$	$S\_N$	$S\_N$
1	$S\_M$	$S\_G/1$	$S\_G/4$	$S\_N$	$S\_N$	$S\_N$
2	$S\_M$	$S\_B$	$S\_G/4$	$S\_N$	$S\_N$	$S\_N$
3	$S\_M$	$S\_M$	$S\_G/2$	$S\_G/7$	$S\_G/5$	$S\_N$
4	$S\_M$	$S\_M$	$S\_B$	$S\_G/7$	$S\_G/5$	$S\_N$
5	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_G/1$	$S\_G/5$	$S\_N$
6	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_B$	$SCG/5$	$S\_N$
7	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_G/3$	$S\_G/2$
8	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_M$	$S\_G/3$	$S\_B$

### 5 结束语

在李算法基础上,文中加以改进;首先在理论上分析出它的演化规则中“减最小剩余权”这一重要步骤与求最短路径的成熟算法基本思想相距甚远;然后在自己的算法中将这一步骤省去,并用一个实例的 2 种求解过程的对比来说明文中算法的有效性;因为文中提出的算法可省去多次减法操作,所以与李算法相比,文中提出的算法效率有明显的提高。我们的工作是对元胞自动机求最短路径这一方法的新的探索。

#### 参考文献:

- [1] 李 慧,薛惠锋,吴晓军.改进的基于元胞自动机扩展模型的图的最短路径算法[J].微计算机应用,2006,27(3):365-367.
- [2] 吴晓军,薛惠锋.基于元胞自动机扩展模型的图的最短路径算法[J].计算机应用,2004,24(5):92-93.
- [3] Zhan F B. Three Fastest Shortest Path Algorithms on Real Road Networks: Data structures and Procedures[J]. Journal of Geographic Information and Decision Analysis,1997(1):69-82.
- [4] 孙 强,沈建华,顾君忠.Dijkstra 的一种改进算法[J].计算机工程与应用,2002(3):99-101.
- [5] 孙 强,杨宗源.求受顶点数限制的最短路径问题的一个算法[J].计算机工程,2002,28(9):73-74.
- [6] 孙 强,沈建华,顾君忠.求图中顶点之间所有最短路径的一种实用算法[J].计算机工程,2002,28(2):134-136.

(上接第 41 页)

- [3] 边肇祺,张学工.模式识别[M].第 2 版.北京:清华大学出版社,2000.
- [4] 王国胤,Rough 集理论与知识获取[M].西安:西安交通大学出版社,1999.
- [5] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982,11(5):341-356.
- [6] 周 瑛,张 铃.模糊集方法在检索评价系统中的应用

- [J].计算机技术与发展,2007,17(1):111-113.
- [7] 谭 优,王泽勇.图像阈值分割算法实用技术与比较[J].微计算机信息,2007(6):298-299.
- [8] Li C J. Fuzzy homogeneity and scale-space approach to color image segmentation[J]. Pattern Recognition,2003,36:1545-1562.