

相机外参数标定的数值解法

李学军¹, 谢剑薇¹, 吉大纯², 王新波²

(1. 装备指挥技术学院 信息装备系, 北京 101416;

2. 装备指挥技术学院 研究生院, 北京 101416)

摘要: 相机外参数标定的传统方法对摄站环境有一定的要求, 并且在某些情况下可能不收敛。提出了一种相机外参数标定的数值解法, 解决由4个以上控制点求相机外参数最优解的问题。利用3个不共线的控制点求得相机初始方向; 在初始方向附近进行采样, 比较每个方向上的投影误差, 选择其中误差最小的作为下一步逼近的初始方向, 通过多次迭代最终得到满足精确要求的相机方向和其他相机外参数。测试结果表明: 该算法解算精度高, 限制条件少, 能够保证收敛, 在精度要求较高的场合具有较大的实用价值。

关键词: 外参数; 相机标定; 数值解法

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2008)12-0178-04

A Numerical Algorithm of Camera Calibration of Elements of Exterior Orientation

LI Xue-jun¹, XIE Jian-wei¹, JI Da-chun², WANG Xin-bo²

(1. Dept. of Info. Equipment, Academy of Equipment Command & Tech., Beijing 101416, China;

2. Department of Postgraduate, Academy of Equipment Command & Technology, Beijing 101416, China)

Abstract: The traditional methods of camera calibration have some constraints on shooting environment and may be not convergence at some conditions. A new numerical method is proposed in this paper. Firstly, the initial direction of camera is calculated based on three control points that are not in a line. Secondly, select several directions near the initial direction, compare the projecting error on every direction and select the smallest one as further iterative direction. Finally the accurate camera elements can be calculated out. The test results show that this algorithm has high precision, few constraints and assurance of convergence. So it can be applied in the condition that the calculating accuracy is emphasized.

Key words: elements of exterior orientation; camera calibration; numerical algorithm

0 引言

相机标定是计算机图形学、计算机视觉和数字摄影测量学中的基本问题之一。实际应用中的图像通常是通过具体的相机获取的, 一般通过相机标定来确定相机参数, 进而得出空间物体表面某点的三维几何位置与其在图像中对应点之间的相互关系。通常情况下, 相机的内参数在实验室内利用相应的方法可以进行精确标定, 而外参数会随着运动或其它的影像因素不停地发生变化, 需要在测量现场进行精确标定。因此在实际应用中最主要的任务是在假设相机内参数被精确标定的情况下如何有效地标定相机外参数。

目前研究人员提出了多种标定方法^[1,2]。Jeong Hee Cha 提出了利用与相机视点无关的特征点^[3], 通过2D单应性获得的信息作为LM方法的初始值计算相机外参数的方法, 改善了收敛情况和所求参数的精度。Guanghui Wang 提出了基于一对灭点和圆环点确定相机内参数的标定方法^[4], 然后根据单应性求出两组相机外参数, 通过重建使物体出现在相机前的一组外参数为正解。该方法依赖于场景的几何信息, 并且未考虑图像的畸变, 其精度很大程度上依赖于图像的预处理。王保丰提出了利用3个不共线的控制点对相机外参数近似值进行快速求解的方法, 大大降低了解算要求^[5]。钟志光提出了基于点对的外参数几何标定方法, 整个标定过程不需要任何点对的绝对位置信息^[6]。张永军提出利用二维DLT结合光束法平差进行摄像机标定的算法^[7], 取得了很好的结果, 但标定时

收稿日期: 2008-04-08

基金项目: 国家863项目(2002AA716133(军口)); 国防预研基金(20060826(重大专项))

作者简介: 李学军(1967-), 男, 博士, 研究方向为计算机图形学。

应注意相机内方位元素分解不唯一性的临界序列问题。张正友提出了利用旋转矩阵的正交性条件和非线性最优化进行相机标定的方法。在对相机标定精度要求较高的场合,一般会给出一些较多的控制点。以上算法或者不能利用全部已有的控制点来解算以提高精度,或者在优化过程中忽略了相机局部坐标的正交相关性而在后处理中进行适当弥补,因此在精度上有一些损失。文中提出了能充分利用所有控制点进行解算的数值方法,在解算过程中考虑了相机局部坐标的正交相关性,保证了解算精度。

1 问题的提出与算法基本思想

1.1 传统相机标定方法的局限性

若已知相机参数,则依据透视投影变换矩阵,容易由空间点坐标计算出相点坐标。相机标定要讨论的问题是,如何利用若干已知的控制点(空间点坐标和相应的相点坐标),求出相机参数。

一般标定方法的内定位 4 个参数,外定位 6 个参数。空间后方交会和文献[5]的方法只需要 3 个控制点,简单便捷。但是这两种方法通常不能利用所有的控制点信息,解算精度依赖于所选择控制点的精度。利用最小二乘法解算时,能够利用所有的控制点,但为了让方程有解,一般不考虑变量之间的相关性,所以解的误差被显著放大。

从计算机图形学的角度描述透视投影,有 6 个独立参数:相机位置 3 个自由度,相机方向 3 个自由度。因此从理论上讲,只需要 6 个线性无关的方程就可以求解相机参数。而每个控制点在相片上的坐标是 2 维的,与相机参数及空间坐标之间可以确定 2 个方程,因此仅取 3 个控制点即可以在理论上确定相机外参数。

但实际上在方程求解过程中存在一定困难,主要体现在相机方位的表示:一方面如果用 3 个角度表示,则方程中包括三角函数,很难求解;另一方面如果用 3 个方向矢量表示,相机参数包括位置(O),方向(U, V, W),则世界坐标到图像坐标的变换矩阵表示如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x & V_x & W_x & 0 \\ U_y & V_y & W_y & 0 \\ U_z & V_z & W_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/f \\ 0 & 0 & -f & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} U_x & V_x & W_x & W_x/f \\ U_y & V_y & W_y & W_y/f \\ U_z & V_z & W_z & W_z/f \\ -UC & -VC & -f-WC & -WC/f \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 f 为焦距, $C = (x_0, y_0, z_0)$ 为视点坐标。从上式可以看出,变量数目增加为 12 个,这时考虑到(U, V, W)是相互正交的单位向量,可以补充以下 6 个方程:

$$\begin{aligned} U^2 &= 1; \\ V^2 &= 1; \\ W^2 &= 1; \\ UV &= 0; \\ UW &= 0; \\ VW &= 0. \end{aligned}$$

可是这些方程不是线性方程,没有有效的解算方法。一般先不考虑这些非线性的方程,而增加额外的控制点,这样至少需要 6 个控制点才能求解。更为严重的是,由于在解算过程中没有用到保证相关性的非线性方程,解的误差被显著放大。虽然有一些方法通过后处理对这一情况进行处理,但仍不能从根本上消除这种解算方法带来的误差。如果能找到一种既不增加相关性变量,又能保持方程为线性方程的方法,则有利于提高解算精度。

1.2 算法的基本思想

从公式(1)可以看出,在相机方向已知的情况下,控制点所确定的方程是线性的,且只有 3 个变量。从二元一次函数求极值的数值方法上得到启示,将相机参数解算理解为一个通过迭代不断调整相机参数,以使得投影误差达到最小的过程。具体实现上,首先可以用某种近似方法先给出相机初始方向,然后求解其它相机参数,最后计算投影误差,并根据误差调整相机方向。如此反复调整相机方向,不断逼近参数真值,当误差满足精度要求则停止迭代。设置容差 δ ,其解算流程如图 1 所示。

2 数值解算方法

2.1 相片预处理

相片预处理主要为下一步精确解算相机外参数做准备,主要包括对原始相片进行畸变校正、 x, y 比例修正、将像元坐标转化为以相主点为坐标原点的相片坐标。原始相片的畸变校正方法较多,可根据具体应用的要求选取合适的方法进行校正,畸变系数可在实验室求得。相机内参数:像元宽高比(y_s)、相片中心(C_x, C_y)和相机焦距 f 都可以在前期在实验室精确解算。由于非数码相机的中心不固定,对于其拍摄的照片比如航拍相片必须经过自动识别角点进一步确定相片中

心(C_x, C_y), 对于扫描和经过裁剪的照片, 还需要考虑相片坐标的平移。根据相机内参数得到的内参数矩阵, 可以对经过畸变校正的相片进行 x, y 比例修正和坐标转化, 得到以相主点为坐标原点的相片坐标。

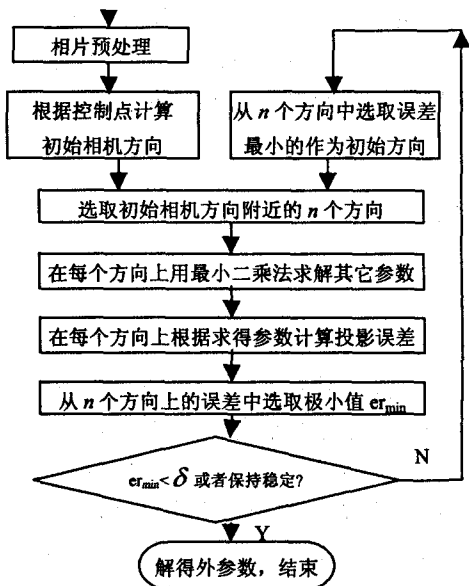


图 1 相机外参数解算流程图

2.2 相机初始方向的确定

相机初始方向的确定可参照参考文献[5]中的方法。在 4 个以上的控制点中, 任取 3 个不共线的点 P_1, P_2, P_3 , 设其对应的像点为 p_1, p_2, p_3 , 则在摄像机内参数已知的情况下, 利用两者的几何关系可以计算出 3 个控制点在摄站坐标系下的坐标。在 P_1, P_2, P_3 构成的平面上取一坐标已知的点 P_0 , 由该点沿平面的法向量方向取平面外一点 P_4 , 将摄站坐标系和世界坐标系均平移到 P_4 点上, 由于平移后两个坐标系原点重合在 P_4 点, 且平移前后的旋转矩阵相同, 则可以解算出旋转矩阵, 进而可以解算出旋转参数。由旋转参数可确定相机的初始方向 U_0, V_0 和 W_0 。

2.3 给定相机方向附近的采样方法

给定相机的初始方向 U_0, V_0, W_0 后, 在此方向附近进行采样产生若干向量作为相机方向, 对每一方向求所有控制点的最大误差, 取最大误差最小的方向作为下一步逼近的初始方向, 并缩短采样间距。这样相机方向的采样范围越来越小, 相机方向的定位也越来越接近相机的真实方向。设当前的采样间距为 d , 采样点刻度为 (i, j, k) , 则采样过程可用伪码表示如下:

```
For( $i \leq -1; i++; i \leq 1$ )
```

```
For( $j \leq -1; j++; j \leq 1$ )
```

```
{
```

```
U =  $U_0 + d * i * V_0 + d * j * W_0$ ; // 对 U 进行采样
```

```
U.SetUnit(); // 将 U 单位化, 首先确定 U
```

```
For( $k \leq -1; k++; k \leq 1$ )
```

```
V1 =  $(U \wedge V_0) \wedge U$ ; // 保证与 U 垂直
```

```
W1 =  $U \wedge V1$ ; // 保证与 U 及 V1 垂直
```

```
V =  $V + d * k * W1$ ; // 对 V 进行采样
```

```
V.SetUnit(); // 将 V 单位化, 其次确定 V
```

```
W =  $U \wedge V$ ; // 用向量叉乘法计算 W
```

则通过采样可在初始方向附近得到 27 个方向, 其中必然有一个方向最为接近相机的真实方向。

2.4 依据已知方向和控制点解算相机参数

相机的初始方向确定后, 图像物理坐标与世界坐标的变换关系是一种线性关系, 则可以先求出变换矩阵, 再解算相机参数。

对于任意给定的空间点对 (x, y, z, w) 和相片点对 (X, Y, Z, W) , 则由公式(1)可知, 它们的变换关系可以用矩阵表示如下:

$$(X, Y, Z, W) = (x, y, z, w) \cdot$$

$$\begin{bmatrix} U_x & V_x & W_x & F_x \\ U_y & V_y & W_y & F_y \\ U_z & V_z & W_z & F_z \\ U_w & V_w & W_w & F_w \end{bmatrix} \quad (2)$$

它们的变换方程为:

$$\begin{cases} X = x \cdot U_x + y \cdot U_y + z \cdot U_z + w \cdot U_w \\ Y = x \cdot V_x + y \cdot V_y + z \cdot V_z + w \cdot V_w \\ W = x \cdot F_x + y \cdot F_y + z \cdot F_z + w \cdot F_w \end{cases} \quad (3)$$

设该点的图像像素坐标为 (x_0, y_0) , 则它与图像物理坐标的变换方程为:

$$\begin{cases} x_0 = X/W \\ y_0 = Y/W \end{cases} \quad (4)$$

联合公式(2)和(3), 不难得出世界坐标与图像像素坐标的变换方程:

$$\begin{cases} x \cdot U_x + y \cdot U_y + z \cdot U_z + w \cdot U_w \\ = x_0(x \cdot F_x + y \cdot F_y + z \cdot F_z + w \cdot F_w) \\ x \cdot V_x + y \cdot V_y + z \cdot V_z + w \cdot V_w \\ = y_0(x \cdot F_x + y \cdot F_y + z \cdot F_z + w \cdot F_w) \end{cases} \quad (5)$$

在上式中, 除了 U_w, V_w, F_w 未知外, 其余变量均已知。对于一个给定的控制点, 该点的世界坐标 (x, y, z, w) 和图像像素坐标 (x_0, y_0) 是已知的, 可以得到 2 个方程。对于给定的 n 个控制点, 则可以得到 $2n$ 个方程。易知仅由 2 个控制点坐标便可以解算出 U_w, V_w 和 F_w 。一般来说, 方程数目多于变量个数, 此时可用最小二乘法进行求解。再联合式(1), 可得:

$$\begin{cases} -UC = U_w \\ -VC = V_w \\ -WC/f = F_w \end{cases} \quad (6)$$

解此线性方程组得 C , 即可获得相机的其它三个外参数 x_0, y_0, z_0 。

2.5 误差计算

对于选定的 m 个相机方向, 可以解算得出一组对应的相机参数, 则对于任意一个给定的控制点, 由公式(5)就可以很容易地计算出该点的像素坐标 (x', y') , 将其与给定的像素坐标 (x, y) 进行比较, 可以根据公式(7)得出该点的投影误差 d 。

$$d = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \quad (7)$$

假设控制点总数为 n , 则可以根据公式(8)和公式(9)求出该方向上最大投影误差 e_{\max} 和平均投影误差 e 。在实际应用中选用哪种误差计算标准, 可依应用的场合和精度要求而定。

$$e_{\max} = \max(d_0, d_1, d_2, \dots, d_n) \quad (8)$$

$$e = \sum_{i=0}^n d_i / n \quad (9)$$

比较求得的各相机方向上的投影误差和要求的精度 δ , 当投影误差满足精度要求时, 算法即可停止; 当投影误差不满足精度要求时, 则将投影误差最小的相机方向作为相机初始方向, 依照 2.3 节介绍的方法以更小的采样间隔在此相机方向附近采样, 得到数组相机方向后, 再计算出每组相机方向对应的投影误差并与要求的精度 δ 比较。有时由于控制点精度太低、要求的精度太高等原因, 会出现经过若干次相机方向采样后, 投影误差收敛到一个极小值却始终不能满足精度要求的情况, 这时应以此极小值对应的相机外参数为最终结果。

3 测试结果与结论

为了验证该方法的有效性, 用 VC++ 编程实现了该算法, 并产生了一组模拟数据与最小二乘法进行对比测试。产生模拟数据之前先给定一组相机参数, 参数值分别为: 焦距 152.72mm, 像点尺寸 0.045mm, 主点像素坐标 (115, 115), 方位角 $(-120^\circ, -89^\circ, 1^\circ)$, 光心坐标 (0, 0, 1510)。按照透视变换的坐标变换矩阵, 随机产生 6 个控制点的空间坐标, 根据相机参数计算相应的相片坐标。然后引入相片坐标误差 Δ ,

在内参数已知的情况下, 根据模拟的控制点空间坐标和相片坐标解算外参数, 再根据解算得到的相机参数反算控制点在相片上的投影误差, 测试结果如表 1 所示。

表 1 模拟数据测试误差结果(单位: 像素点)

Δ	最小二乘法		文中方法	
	e_{\max}	e	e_{\max}	e
0.5	2.1644	1.3947	0.4391	0.3400
1	2.7589	1.7376	0.8469	0.7221
1.5	2.5560	1.8732	1.5156	1.1736
2	8.4213	6.4510	2.0131	1.6389

由测试结果可以看出, 随着相片上控制点误差的增大, 最小二乘法的相关性误差被显著放大, 而文中的方法则获得了较好的解算精度。

该算法已应用于某航空影像处理软件中, 为同名像点自动识别解算相机外参数。大量实验证明, 该算法解算精度较高, 为立体像对的共线核线计算提供了精度保证。同时, 该算法对拍摄方向没有要求, 不需要航高等其它辅助信息, 可靠性高, 能够保证收敛。

参考文献:

- [1] 谢文寒, 张祖勋, 张剑清. 一种新的基于灭点的相机标定方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(11): 1383 - 1387.
- [2] 舒远, 谈正, 丁礼儒. 利用空间正交约束的相机自标定和三维重建[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(2): 138 - 142.
- [3] Cha JeongHee, Kim GyeYoung. Camera Motion Parameter Estimation Technique Using 2D Homography and LM Method Based on Projective and Permutation Invariant Features[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006(1): 432 - 440.
- [4] Wang Guanghui, Tsui Hung-Tat, Hu Zhanyi, et al. Camera calibration and 3D reconstruction from a single view based on scene constraints[J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(3): 311 - 323.
- [5] 王保丰, 顾航程, 黄桂平, 等. 视觉测量中相机外参数近似值的快速求解[J]. 测绘科学技术学报, 2006, 23(3): 182 - 184.
- [6] 钟志光, 易建强, 赵冬斌. 一种基于点对的相机几何标定方法[J]. 机器人, 2005, 27(1): 31 - 35.
- [7] 张永军, 张祖勋, 张剑清. 利用二维 DLT 及光束法平差进行数字摄像机标定[J]. 武汉大学学报, 2002, 27(6): 556 - 571.

(上接第 146 页)

- [4] Kuffman J, Thangarathinam T. ASP.NET2.0 数据库入门经典[M]. 第 4 版. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [5] 斯赛帕. ADO.NET2.0 技术内幕[M]. 贾洪峰译. 北京: 清

华大学出版社, 2007.

- [6] Orey M, Orey D. ADO.NET 技术参考大全[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.