

一种新的基于 snake 模型的水平集图像分割方法

王志豪^{1,2}, 汪继文^{1,2}

(1. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039;

2. 安徽大学 计算机科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

摘要:介绍了一种新的变分函数来替代传统水平集方法中的符号距离函数,因而可以完全忽略重复初始化符号距离函数的步骤,提高了计算效率。用一个能量函数来表示基于 snake 模型水平集函数的变化情况。其中能量函数主要由内部能量和外部能量表示。利用内部能量描述曲线的张力和平滑性;外部能量则基于图像数据,并在图像的目标边界形成极小值。同时最小化内部和外部能量,产生内力和外力:内力控制曲线演化的方向,并保持曲线不被过度弯曲;外力则吸引曲线到达目标边缘。

关键词:水平集;符号距离函数;snake 模型;外力;内力

中图分类号:TP391.41

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2008)12-0130-04

A New Level Set Method for Image Segmentation Based on Snake Model

WANG Zhi-hao^{1,2}, WANG Ji-wen^{1,2}

(1. Ministry of Education Key Lab. of IC & SP, Anhui University, Hefei 230039, China;

2. School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: In this paper, we introduce a new variational function that approximate to the SDF (signed distance function) in standard level set methods and needs less calculation time, and therefore completely eliminates the steps of re-initialization during the contour evolution. Use an energy function to express the change of the level set function based on the snake model (active contours). The function is composed of the internal energy and the external energy. The internal energy describes the tensility and the smoothness of the contour; the external energy could be got a minimum value besides the boundary of the object depending on the image data. Making the internal and external energy got a minimum value at the same time. It will produce internal force and external force; the internal force controls the direction of the contour evolution and keeps the degree of the curve variation; the external force draws the contour to the boundary of the object.

Key words: level set; SDF; snake model; external energy; internal energy

0 引言

近些年,许多科学工作者在研究几何活动轮廓模型(geometric active contours),例如,很多在计算机视觉和图像分割方面遇到的问题,都是通过基于 snake 模型的水平集方法进行处理^[1-3]。水平集方法首先是由 Osher 和 Sethian^[4]提出,是将两维的闭和曲线(曲面)演化问题转化为三维空间中水平集函数曲面演化的隐含方式来求解,避免了对拓扑结构变化的处理,计算稳定,从而在图像处理和计算机视觉中得到广泛应

用^[3,5-7]。

在实现传统的水平集方法时,总是需要保持水平集函数的演化接近符号距离函数^[3,8]。在演化过程中,重新初始化的技术总是必须的,如何让重新初始化的效果更好,计算量更小,许多学者在这方面都做了很多工作^[6,8]。但是,仍然存在一些问题,例如何时以及怎么样来实现初始化以及计算量大等。

文中,用一种新的变量方程来替代传统水平集(level set)方法中的符号距离函数 SDF(signed distance function),因而可以完全忽略重复初始化符号距离函数的步骤,提高了计算效率。

这种新的算法,已经用于真实的和非真实的图片,可以得到令人满意的结果。特别是在模糊的边界部分保持了很好的鲁棒性。

收稿日期:2008-03-28

基金项目:安徽省高校自然科学基金项目(2006KJ028B)

作者简介:王志豪(1983-),男,硕士研究生,研究方向为图像处理;汪继文,教授,博导,研究方向为计算机数值模拟技术、计算机应用。

1 背景

1.1 传统的水平集方法

设二维拟合曲线为 $C(p, t) = (x(p, t), y(p, t))$, p 是任意参数化变量, t 是时间, 并设曲线的内向单位法矢为 N , 则曲线沿单位法矢方向的曲线演化可以用如下偏微分方程表示:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = V(C)N \quad (1)$$

式中, $V(C)$ 是速度函数, 决定曲线 C 上每点的演化速度。

目前, 解决曲线演化的途径主要是水平集方法, 该方法将平面闭合曲线 C 隐含表达为连续函数 $\phi(x, y)$ 的具有相同函数值的点集(称为水平集), 通常是 $\{\phi = 0\}$, 称为关于 C 的水平集函数。

水平集函数通常取由初始闭合曲线 C_0 生成的符号距离函数 SDF。设 $\phi(x, t = 0)$, $x \in R^2$ 是 SDF, 则有

$$\phi(x, t = 0) = \pm d \quad (2)$$

式(2)中的 d 是点 x 到初始曲线 $C(t = 0)$ 的距离, 右边的符号根据点 x 位于闭合曲线 $C(t = 0)$ 的内外部而定, 如果 x 位于 $C(t = 0)$ 的内部, 则取正号(或负号), 反之取负号(或正号), 定义如下:

$$\phi_0(x, y) = \begin{cases} -\rho, & (x, y) \in \Omega_0 - \partial\Omega_0 \\ 0, & (x, y) \in \partial\Omega_0 \\ \rho, & \Omega - \Omega_0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\partial\Omega_0$ 是闭合曲线包围的面积, Ω_0 是闭合曲线的内部区域(包括边界上的点), $\Omega_0 - \partial\Omega_0$ 仅是曲线包围的内部区域。 ρ 是一常数。以水平集函数所表达的曲线演化的最大特点: 即使隐含在 ϕ 中的水平集 C 发生了拓扑结构变化(合并和分裂), ϕ 仍保持为一有效函数^[1]。

1.2 重新初始化的缺点

在传统水平集方法中, 重新初始化被广泛地用于数字计算上的纠正。标准的重新初始化方法就是解下面的等式:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sign}(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|) \quad (4)$$

其中, ϕ_0 是需要重新初始化的函数, $\text{sign}(\phi_0)$ 是符号函数。不幸的是, 如果 ϕ_0 不够平滑或者 ϕ_0 在一边比另一边变化更急剧, 零水平集演化的结果不能很准确地移动到目标的边界。而且, 当水平集函数远离符号距离函数时, 这类重新初始化的方法就不能用来初始化符号距离函数。在具体实现过程中, 取很小的时间步长, 演化的水平集函数都会有较大的偏离符号距离值, 更不要说取时间步长比较大的时候。

所以从实现的角度来说, 重新初始化的过程是复

杂的, 计算代价很高并有一定的边界影响。而且, 大量的水平集方法在解决他们自己的问题时都有一定的缺点, 例如不知道何时和怎样去初始化符号距离函数^[9]。文中所介绍的这种新的变量方程就完全不需要重新初始化的过程, 实现的时候只要运用简单的有限元差分的方法。

2 不需要重新初始化的曲线演化方法

通过上面的讨论, 在演化过程中, 保持水平集函数的演化接近于符号距离函数, 特别是在零水平集的邻域。由于符号距离函数必须满足 $|\nabla \phi| = 1$; 反之, 如果任意函数 ϕ 满足 $|\nabla \phi| = 1$ 就可以认为是符号距离函数乘上一个常量^[10]。所以, 可以用下面的积分等式来代替:

$$p(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx dy \quad (5)$$

有了上面对 $p(\phi)$ 的定义, 提出了下面的拟和能量函数:

$$\epsilon(\phi) = \mu p(\phi) + \epsilon_m(\phi) \quad (6)$$

其中, μp 是内部能量, ϵ_m 是外部能量。 $\mu > 0$ 是用来控制 $p(\phi)$ 与 SDF 的偏离程度, ϵ_m 函数是用来拖动 ϕ 零水平曲线靠近目标的边界。

通过一个梯度向量来最小化能量函数 ϵ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} \quad (7)$$

在图像分割中, 依靠外力让初始的闭合曲线动态地靠近目标边界。定义如下一个边界指示函数:

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma} * I|^2} \quad (8)$$

其中, G_{σ} 是 Gaussian Kernel, I 是图像。

于是, 重新写外部能量函数如下:

$$\epsilon_{g, \lambda, v}(\phi) = \lambda L_g(\phi) + v A_g(\phi) \quad (9)$$

其中, L_g, A_g 定义如下:

$$L_g(\phi) = \int_{\Omega} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy$$

$$A_g(\phi) = \int_{\Omega} g H(-\phi) dx dy$$

$\lambda > 0, v$ 是一个常量(正负决定在目标外内), δ 是狄拉克函数(Dirac function):

$$\delta_{\epsilon} = \begin{cases} 0 & |x| > \epsilon \\ \frac{1}{2\epsilon} [1 + \cos(\frac{\pi x}{\epsilon})] & |x| \leq \epsilon \end{cases} \quad (10)$$

H 是 Heaviside 函数, L_g 函数是曲线的长度, A_g 是曲线演化的加速函数。

函数 ϵ 对 ϕ 求导可得:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} = -\mu [\Delta \phi - \text{div}(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|})] - \lambda \delta(\phi) \text{div}(g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|})$$

$$-vg\delta(\phi) \quad (11)$$

Δ 是 Laplacian 算子, 所以最小化函数 ε 的 ϕ 函数满足 Euler - Lagrange 等式:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \phi} = 0$$

使函数 ε 最小化时下降最快的梯度向量可写成:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu[\Delta\phi - \operatorname{div}(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})] + \lambda\delta(\phi)\operatorname{div}(g\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}) + vg\delta(\phi) \quad (12)$$

其中, $\operatorname{div}(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})$ 是散度, $\Delta\phi - \operatorname{div}(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})$ 又可以写成下式:

$$\Delta\phi - \operatorname{div}(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}) = \operatorname{div}[(1 - \frac{1}{|\nabla\phi|})\nabla\phi] \quad (13)$$

3 算法实现

在实验中, 采用标准的 Dirac 函数来计算, 其中 $\varepsilon = 1.5$ 。时间步长 t 在实验中取一个较大的范围 $0.1 \sim 100.0$ 。 μ 取 0.004 。

3.1 算法流程

算法流程如下:

(1) 读入要处理的图像 I , 初始化闭合曲线 C ;

(2) 计算 Dirac 函数;

(3) 迭代 n 次:

(a) 计算式 (12) 的右边第一部分 $\mu[\Delta\phi - \operatorname{div}(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})]$;

(b) 计算式 (12) 的右边第二部分 $\lambda\delta(\phi)\operatorname{div}(g\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})$;

(c) 计算式 (12) 的右边第三部分 $vg\delta(\phi)$;

(d) 画出函数 ϕ 对应的曲线, 并更新迭代后的 ϕ 函数。

(4) 迭代结束, 得到分割后的目标边界。

3.2 实验结果

在 Matlab7.0 环境下, 用三张不同形状的图片进行算法的验证, 并且初始化曲线的位置有在目标外部的, 也有在内部的以及初始时以直线的形式来表示。在实验中取算法的迭代次数不定, 以分别显示不同迭代次数下的效果图, 结果如图 1 所示。

图 1 所展示的是初始闭合曲线在目标的外部, 内部的图像数据都包括在内, 内外力作用很好。图 2 所展示的初始闭合曲线在目标的内部, 总体迭代很好, 基本找到了目标的边界, 但棱角部分动态曲线很难演化到, 这是因为边界变化太过跳跃, 不够平滑所致, 这也是本方法的不足之处。图 3 初始的曲线为一条水平

线, 水平线上面为目标的外部, 水平线下面为目标内部。可以看到迭代速度加快了, 但有些离散的小点, 这是因为内部所包含的信息太过丰富, 以及图本身带有一定噪声所致。

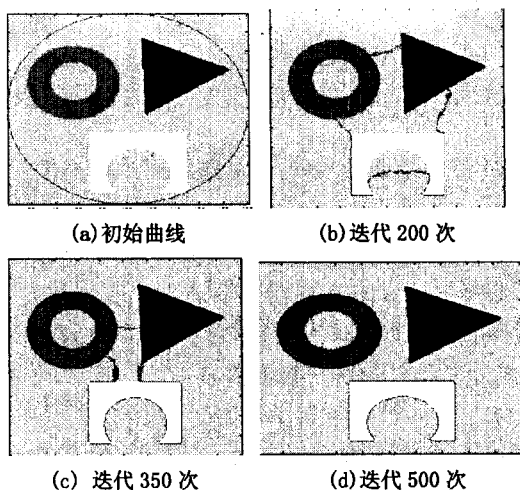


图 1 初始轮廓线在外部



图 2 初始轮廓线在内部

4 结束语

文中进行图像分割时采取了一种新的基于 snake 模型的水平集图像分割的方法, 最大的优点是不用反复地进行符号距离函数的重新初始化。计算方法简单, 主要用到有限元差分的方法。在文中的方法中, 时间步长可以取得很大, 来提高曲线演化的速度, 同时不影响分割效果。同时可以看到鲁棒性很好, 对于棱角的图像以及带噪声的也基本能够分割出目标。本方法需要改进的是对目标边界不够平滑时的分割处理方法, 以提高分割效果。

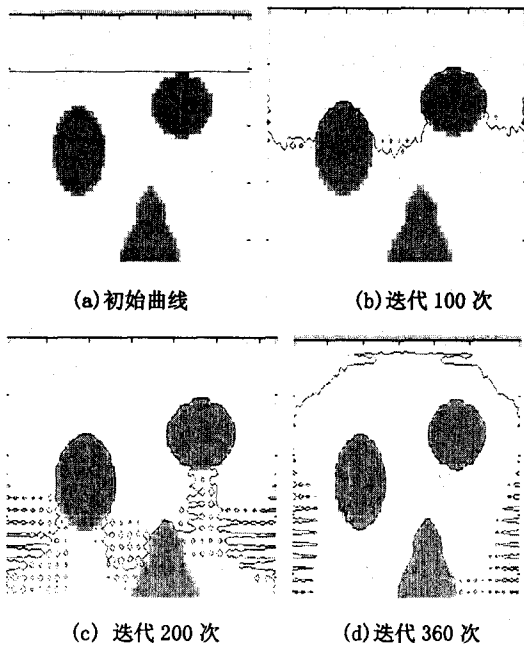


图 3 初始轮廓为一水平线

参考文献:

- [1] Han X, Xu C, Prince J. A topology preserving level set method for geometric deformable models[J]. IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., 2003, 25: 755-768.
- [2] Caselles V, Catta F, Coll T, et al. F. Dibos, A geometric model

- for active contours in image processing[J]. Numer. Math., 1993, 66: 1-31.
- [3] Malladi R, Sethian J A, Vemuri B C. Shape modeling with front propagation: a level set approach[J]. IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., 1995, 17: 158-175.
- [4] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations[J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1): 12-49.
- [5] 冈萨雷斯. 数字图像处理[M]. 第 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [6] 李俊. 基于曲线演化的图像分割方法及应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2001.
- [7] Alvarez L, Lions P-L, Morel J-M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion II[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(3): 845-866.
- [8] Peng D, Merriman B, Osher S, et al. A PDE-based fast local level set method[J]. J. Comp. Phys., 1999, 155: 410-438.
- [9] Gomes J, Faugeras O. Reconciling distance functions and Level Sets[J]. J. Visual Communic. and Imag. Representation, 2000, 11: 209-223.
- [10] Arnold V I. Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.

(上接第 129 页)

握。任何一种新技术的引入,带来的可能是巨大的利益,同时也可能是更大的风险。对小型企业来说,不可能长期投入大量人力物力资源,更不愿影响正在进行的软件开发工作,因此很可能在从净室中得到利益前就将其舍弃了。

最后,净室技术中程序正确性证明、统计测试等技术本身极具形式化和理论化,即使开发人员学过这些数学和统计学的知识,但是在传统的软件开发中很少使用,也已非常陌生。

另一方面,这些技术的使用本身会提高软件的开发成本,从成本效益分析的角度来看,并不适宜所有的软件开发。

5 结束语

净室软件工程是一种应用数学与统计学以经济的方式生产高质量软件的工程技术,它提出一种强调正确性的数学验证和软件可靠性的认证的软件工程模型,其目标是极低的故障率,面向零缺陷的盒式结构开发方法和正确性验证将有效保证软件的质量,这是使

用传统的欠形式化软件工程方法难以做到的。

参考文献:

- [1] 冯建湘,楚涤修. 基于体系结构的构件化软件净室设计方法[J]. 武汉大学学报:工学版, 2004, 37(3): 123-126.
- [2] Prowell Stacy J, Trammell Carmen J. Clean Room Software Engineering Technology and Process[M]. Reading, MA: Addison Wesley, 1999.
- [3] Mills H, Dyer M, Linger R. Clean Room Software Engineering[J]. IEEE Software, 1987, 4(5): 19-25.
- [4] 张志斌,高峰,唐朝京. 净室软件工程中的关键技术研究[J]. 计算机应用研究, 2003(2): 17-20.
- [5] Whittaker J A, Thomason M G. A Markov Chain Model for Statistical Software Testing[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 1994, 20(10): 812-824.
- [6] 熊伟,贲可荣. 净室技术与软件能力成熟度模型的融合[J]. 武汉大学学报:自然科学版, 1999, 45(5): 691-694.
- [7] 勉玉静,赵文耘,陈颂梅. 净室软件工程在 CMM 中的应用技术研究[J]. 计算机工程, 2003, 29(5): 78-81.
- [8] 杨涛,王铮,谭歆,等. 从设计角度对净室技术的分析[J]. 重庆大学学报, 2004, 27(1): 88-91.