

# 一种求解 TSP 问题的改进蚁群算法

王娟, 王建

(中国工程物理研究院 计算机应用研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:**针对基本蚁群算法存在收敛速度慢,易陷于局部最优解等缺点,提出了一种求解旅行商(TSP)问题的改进蚁群算法。通过在基本蚁群算法中提出保留最优解和引入个体差异策略的改进方法,有效地抑制了算法收敛过程中的停滞现象,提高了全局搜索能力和解的质量。TSPLIB的实例验证了该改进算法的有效性。

**关键词:**蚁群算法;旅行商问题;最优解;个体差异策略

**中图分类号:**TP301.6

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2008)12-0050-03

## An Improved Ant Colony Algorithm for Solving TSP Problem

WANG Juan, WANG Jian

(Computer Application Institute, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

**Abstract:** Introduces an improved ant colony algorithm to solve the traveling salesman problem(TSP) for reducing the deficiency of traditional ant algorithm for slow convergence and local optimal solution. The improved ant colony algorithm which introduces reserving optimal solution and individual variation to traditional ant algorithm can conquer stagnation and optimize solution. The simulation experiment shows the validity for this improved algorithm in TSPLIB.

**Key words:** ant colony algorithm; traveling salesman problem; optimal solution; individual variation

### 0 引言

旅行商问题(Traveling salesman problem, TSP)是一个典型的组合优化问题,是一个NP难问题,其可能的路径数目与城市数目成指数型增长,所以一般很难精确地求出其最优解。目前,人们在如何解决这个问题方面已经做出了大量的研究,包括:遗传算法、禁忌搜索算法、模拟退火算法等,且都取得了一定的成果。20世纪90年代,意大利学者M. Dorigo, V. Maniezzo和A. Colomi等人从生物进化的机理中受到启发,通过模拟自然界蚂蚁寻径的行为,提出了一种全新的模拟进化——蚁群算法。该算法具有较强的鲁棒性、较好的全局优化能力和分布式计算能力,同时还易于与其他方法相结合,特别适合于求解困难的组合优化问题。但基本蚁群算法也存在一些缺陷,如:搜索时间长、易陷入局部最优和出现停滞现象。针对这些缺点,人们对基本蚁群算法做了各种改进研究,比较典型的有蚁群系统(Ant Colony System, ACS)和MAX-MIN蚂蚁系统。

文中在研究基本蚁群算法的基础上,提出了保留最优解和引入个体差异策略的两点改进方法,有效抑制了收敛过程中的停滞现象,提高了算法的搜索能力。TSPLIB中Att48、St70和Eil76问题的实例求解结果表明改进的蚁群算法具有良好的性能。

### 1 基本蚁群算法求解 TSP 问题

TSP问题是指对于给定的 $n$ 个城市集合 $(1, 2, \dots, n)$ ,找到一条经过每一个城市一次且回到起点的最小花费的封闭环路。其目标函数是:

$$\min D = \sum_{i=1}^{n-1} d(i, i+1) + d(n, 1)$$

其中, $d(i, j)$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )表示城市 $i$ 和 $j$ 之间的距离。

基本蚁群算法求解TSP问题<sup>[1]</sup>可以简单地表述如下:假设将 $m$ 只蚂蚁随机地放置在 $n$ 个城市上,初始时刻城市间每一条边的信息素 $\tau_{ij}(0)$ 相等,每只蚂蚁禁忌表 $\text{tabu}_k$ 中的第一个元素设为其初始城市,在搜索过程中,蚂蚁将根据城市间的距离 $d_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )和城市间边上信息素强度决定下一个要访问的城市, $p_{ij}^k$ 为 $t$ 时刻蚂蚁 $k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ )由城市 $i$ 到城市 $j$ 的转换概率:

收稿日期:2008-03-18

基金项目:中国工程物理研究院面上基金资助项目(20060324)

作者简介:王娟(1974-),女,陕西渭南人,硕士,工程师,研究方向为人工智能、软件工程。

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} [\tau_{is}(t)]^\alpha [\eta_{is}]^\beta} & \text{if } j \in \text{allowed}_k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\tau_{ij}(t)$ :  $t$  时刻城市  $i$  到城市  $j$  边上信息素的强度;  
 $\eta_{ij}$ : 城市间距离因子, 通常取值为城市  $i$  与城市  $j$  之间距离的倒数  $1/d_{ij}$ ;  $\text{allowed}_k = (0, 1, \dots, n-1) - \text{tabu}_k$  为蚂蚁  $k$  下一步选择的城市;  $\text{tabu}_k (k = 1, 2, \dots, m)$  用来记录蚂蚁  $k$  所走过的城市;  $\alpha$  表示信息素在选择概率上的作用;  $\beta$  是指路径长度在选择概率上的作用。

随着时间的推移, 以前遗留的信息素逐渐消失, 用参数  $\rho$  表示信息素挥发度, 经过  $n$  个时刻, 蚂蚁完成对所有  $n$  个城市的一次旅行, 所有蚂蚁的禁忌表都已填满, 计算每只蚂蚁走过的路径长度  $L_k$ , 找到最短路径  $\min L_k$ , 记录此路径并更改信息素, 重复这一过程直至达到最大周游值结束。各城市间边上的信息素量调整为:

$$\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \quad (2)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad (3)$$

其中,  $\Delta\tau_{ij}$  表示城市  $i$  到城市  $j$  边上的信息素累计之和;

$\Delta\tau_{ij}^k$  表示第  $k$  个蚂蚁在  $t$  和  $t+n$  时刻间由城市  $i$  到城市  $j$  边上遗留的信息素数量, 计算公式为:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在 } t \text{ 和 } t+n \text{ 时刻间} \\ & \text{经过城市 } i \text{ 到城市 } j \text{ 边上的路径 } L \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $Q$  为常数;  $L_k$  为蚂蚁  $k$  所完成的路径  $L$  的总长度。

由于该算法是典型的概率算法, 算法中的参数通常由实验的方法确定, 其中对解有重大影响的参数主要是  $\alpha$  和  $\beta$ , 主要用于控制信息素和距离两个因子对解的影响。另外, 信息素挥发度  $\rho$  对解的影响也很大。在基本蚁群算法中, 信息素更新方式对算法的运行效率和求解能力有很大的影响, M. Dorigo 曾给出三种不同的算法模型<sup>[2]</sup>, 分别称为蚁周系统 (ant-cycle system)、蚁量系统 (ant-quantity system) 和蚁密系统 (ant-density system)<sup>[3]</sup>, 它们的差别在于表达式 (4) 的不同。其中, 蚁量系统和蚁密系统是利用局部信息素的更新; 而蚁周系统是利用整体信息, 在解决 TSP 问题上效果最好。因此, 采用蚁周系统为基本蚁群算法的模型, 该算法的复杂度为  $O(N_c \cdot n^3)$ , 其中,  $N_c$  为算法中的最大循环次数。

## 2 改进的蚁群算法

虽然在过去的 10 多年, 蚁群算法的研究和应用取

得了很大的进展, 大量结果证明了算法的有效性和在某些领域的优势。但是, 蚁群算法也有一些缺陷。例如: 由于蚁群中多个个体的运动是随机的, 当群体规模较大时, 要找出一条较好的路径需要较长的搜索时间。随着 TSP 问题中城市规模的扩大, 基本蚁群算法在求解能力上有明显劣势, 主要体现在搜索时间过长; 而且由于依靠信息素的作用求解, 当信息素累积到某种程度时, 对求解的指导性作用加大, 容易使求得的结果陷入局部最优解, 影响求解质量。为此, 针对这两个问题在基本蚁群算法中提出保留最优解<sup>[4]</sup>和引入个体差异策略, 改进后的蚁群算法不仅在求解能力上有明显优势, 而且算法的执行效率也得到了显著提高。

### 2.1 保留最优解

在每次循环结束后求出最优解, 并将其保留。

### 2.2 个体差异策略

在基本蚁群算法中, 式 (1) 的转换概率函数中参数  $\alpha$ 、 $\beta$  都是固定的, 因此在蚁群中每个蚂蚁的行为策略都是相同的, 实验证明  $\alpha = 1$ 、 $\beta = 5$  时结果最好<sup>[2]</sup>。在该参数下, 蚂蚁倾向于选择距离较近的城市, 而信息素的作用相对较弱。在蚁群算法运行初始阶段, 这种策略有助于快速找到较好的解。但若在整个算法运行期间都采用相同的参数, 则蚁群存储在信息素中的关于较好路径的信息没有得到充分利用。文中在蚁群算法中引入了种群中个体差异性, 每只蚂蚁选路的转换概率函数中参数  $\alpha$ 、 $\beta$  值并非完全相同, 而且还将在算法每轮循环执行后不断变化。在这种算法中蚂蚁的行为策略是多样性的。改进的算法模拟了自然界中的种群同类中的个体差异, 不同选路策略的蚂蚁间相互作用, 可得到比单一策略蚁群更好的解。因此, 在改进算法的每轮循环中, 通过修改得到最优解蚂蚁的参数  $\alpha$ 、 $\beta$ , 渐进地加重了信息素在转换概率函数中的作用, 相应地减小了距离在转换概率函数中的作用, 称这种方法为奖励机制。这种机制在蚁群中实现了不同选路策略的蚂蚁协同工作, 可以提高收敛速度和解的质量。

### 2.3 算法设计

文中将保留最优解和个体差异策略两种优化策略结合在一起, 形成改进的蚁群算法, 算法的具体实现过程如下:

步骤 1: 初始化。

$t = 0$  /\*  $t$  为时间计数器

$N_c = 0$ ; /\*  $N_c$  为循环计数器

对每条边  $(i, j)$  的信息素设置初始值  $\tau_{ij} = c$ ,  $\Delta\tau = 0$ ;

将  $m$  个蚂蚁随机放到  $n$  个城市。

步骤 2: for  $k = 1$  to  $m$  do

将蚂蚁  $k$  所在的城市放到蚂蚁  $k$  的禁忌表;  
蚂蚁  $k$  以转移概率  $p_{ij}^k$  选择下一城市。

步骤 3: 求出最优解, 将最优解赋予蚂蚁  $m$ , 并保存最优解。

步骤 4: if 最优解蚂蚁  $m$  的参数  $\alpha \geq 5$

最优解蚂蚁  $m$  的参数 = 最优解蚂蚁  $m$  的参数  $\alpha + 5$ ;

else

最优解蚂蚁  $m$  的参数  $\alpha = 5$ ;

最优解蚂蚁  $m$  的参数  $\beta = 1$ ;

步骤 5: 按式(3) 更新每条边  $\Delta\tau_{ij}$ ;

按式(2) 更新每条边  $\tau_{ij}(t+n)$ ;

设置  $t = t + n$ ;

设置每条边的  $\Delta\tau = 0$ ;

步骤 6: 设置  $N_C = N_C + 1$ ;

if ( $N_C < \text{预定迭代次数}$ ) and (无退化行为)

then 清空禁忌表, 回到步骤 2;

else

输出最优结果。

### 3 实验结果及分析

针对 TSPLIB 中的 Att48、St70 和 Eil76 问题, 文中采用基本蚁群算法和改进的蚁群算法进行了仿真实验。表 1 分别列出了基本蚁群算法和改进的蚁群算法在求解相同 TSP 问题时的解路径长度。其中: TSPLIB 最优解为 TSPLIB 库中已知城市的最优解值;  $N_C$  为最大循环次数, 解路径和时间分别为基本蚁群算法和改进的蚁群算法所求得的最短路径长度和求解时间。表中时间的结果是取仿真实验中 10 次测试的平均值(单位是  $\mu s$ )。有关参数取值为:  $N_C = 50$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 5$ ,  $\rho = 0.6$ 。

表 1 基本蚁群算法和改进的蚁群算法的算法结果

城市规模	TSPLIB 最优解	基本蚁群算法		改进的蚁群算法	
		最优解路径	时间	最优解路径	时间
Att483	33523.7085	33716.598	640.8	33523.7085	550.4
St70	678.5975	679.9358	1500.7	677.1076	951.3
Eil76	545.3876	559.6113	1387.9	555.0587	1162.1

由表 1 的实验结果可以看出, 改进的蚁群算法在收敛速度和最佳解路径的结果两方面都要优于基本蚁群算法。同时, 在实验中对于不同的问题设定的蚂蚁数目  $m$  和信息素挥发度  $\rho$  的值都不相同。通过实验发现, 这些参数的调整对解路径的值影响很大, 而这些值的设定又有一定的随机性。仿真实验结果表明: 通常蚂蚁数目  $m$  的值取为城市的规模,  $\rho$  取值在 0.5 ~ 0.99 之间, 在此设定下解值较好<sup>[5]</sup>。

### 4 结束语

文中介绍了一种改进的蚁群算法, 在基本蚁群算法中提出了保留最优解和引入个体差异策略的两点改进方法, 用于提高算法的收敛速度和全局搜索能力。改进的蚁群算法性能在 TSPLIB 中 Att48、St70 和 Eil76 问题上得到了验证。

仿真实验表明, 保留最优解和引入个体差异策略的蚁群算法, 不仅在运行效率上有很大的提高, 而且在求解最佳解路径时也存在一定的优势, 其收敛速度和解的质量都明显优于基本蚁群算法。但在参数选择时有一定的偶然性, 缺乏理论指导, 有待于进一步的研究。

### 参考文献:

- [1] Dorigo M, Maniezzo V. A Colony Ant System: An Auto-catalytic Optimizing Process[R]. [s.l.]: [s.n.], 1991.
- [2] Dorigo M, Maniezzo V, Colomni A. The Ant System: optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 1996, 26 (1): 1 - 13.
- [3] Wu Q H, Zhang J H, Xu X H. An ant colony algorithm with mutation features[J]. Journal of Computer Research & Development, 1999, 36 (10): 1240 - 1245.
- [4] 李士勇. 蚁群算法及其应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.
- [5] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53 - 66.

(上接第 49 页)

的研究[D]. 南京: 东南大学论文, 2006.

[2] 宋家涛. 基于二值边缘图像的眼睛定位和人脸识别[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.

[3] Reisfeld D, Wolfson H, Yeshurun Y. Context-Free attentional operators: the generalized symmetry transform[J]. Interna-

tional Journal of Computer Vision, 1995, 14(2): 119 - 130.

[4] 张志刚, 周明全, 耿国华. 一种改进的人脸图像眼睛快速定位方法[J]. 计算机应用, 2007, 27(2): 340 - 342.

[5] 刘文予, 潘峰. 离散对称变换在人脸图像眼睛定位中的应用[J]. 红外与毫米波学报, 2001, 20(5): 375 - 380.