第18卷 第11期
2008年11月

计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT

Vol.18 No.11
Nov. 2008

NBFI系统的稳定性分析

史继光,孙洪飞
(厦门大学 自动化系,福建 厦门 361005)

摘 要:NBFI(基于网络的反馈连接)是一类基于网络反馈连接的系统。文中研究了此模型的数据包丢失的问题,将带有有界任意丢包问题的NBFI系统建模成一般的线性切换系统,并应用切换Lyapunov函数方法加以分析,进而给出了NBFI系统渐近稳定的充分条件,并将结果推广到单位时延的情况。最后给出仿真,从而验证了结论的正确性。

关键词:基于网络的反馈连接;网络控制系统;数据丢包;时延

中图分类号:TP13 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2008)11-0207-04

Stability Analysis of NBFI with Bounded Packet Loss

SHI Ji-guang, SUN Hong-fei
(Department of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: NBFI(Network-based Feedback Interconnection) is a new kind of network-based feedback interconnection. The problem of packet losses of NBFI is studied in this paper. Model the NBFI with bounded packet losses as a traditional switching system. By using the switching Lyapunov approach, some sufficient conditions of the asymptotical stability for NBFI are obtained. The result is also extended to the unit time delay case. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the results.

Key words: network-based feedback interconnections; networked control systems; packet losses; time delays

0 引 言

通过实时网络形成的闭环反馈控制系统称为网络控制系统(Networked Control Systems, NCSs)(如图1所示)[1,2]。它的主要特点是系统的各个器件(传感器、控制器、执行器等)通过实时网络来进行数据信息的交换。网络控制系统相对于传统的控制系统,具有轻便,易操作、维修,有较高的灵活性、可靠性等优点。然而,由于网络的引入,也为控制系统带来了新的问题。

数据包丢失是网络控制系统研究中的一个重要问题。目前,关于数据包丢失的问题,国内外很多学者进行了研究,也得出了很多的研究成果。文献[1,3]把带有数据包丢失的NCS系统建模为具有事件率约束的异步动态系统;文献[2,4]引入了最大允许传输间隔(MATI)的概念,当两次成功的传输的间隔小于最大允许间隔时系统仍然稳定;文献[5,6]用迭代的方法将带有数据包丢失问题的网络控制系统建模成切换系统,进而对这个切换系统进行研究。例如:文献[5]利用共同Lyapunov函数的方法,文献[6]则进一步降低了保守性,用切换Lyapunov函数的方法,得出系统的稳定条件。有时,网络延迟和网络丢包是被同时考虑的[5]。但是,前面提到的文献研究的对象都是一般的网络控制系统,文中提出了一种新型的反馈连接的系统(如图2所示),它是将传统的反馈连接通过网络来实现。因此也可将其看作是基于网络的反馈连接(Network_based Feedback Interconnection, NBFI)。因为网络的存在,NBFI系统也存在时延和丢包的问题。

在此模型的基础上,采用切换Lyapunov函数方法,对该系统的丢包和时延问题进行分析,进而得到系统NBFI(2.3)渐近稳定的充分条件。

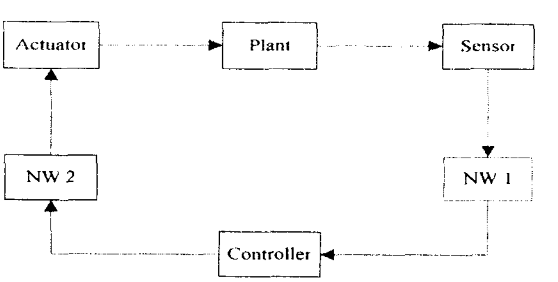

图1 一般的网络控制系统

收稿日期:2008-03-10
基金项目:福建省自然科学基金(A0510002)
作者简介:史继光(1980-),男,硕士研究生,研究方向为网络控制系统;孙洪飞,副教授,研究方向为复杂网络、网络控制系统及切换系统。

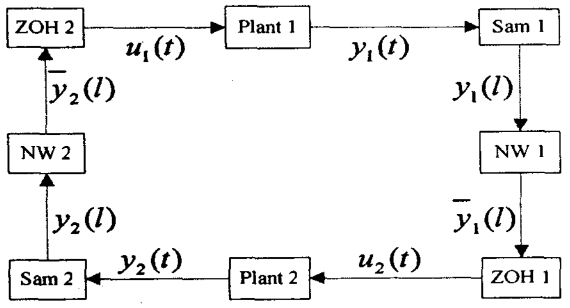

图 2　基于网络的反馈连接的系统

1　系统分析与建模

下面,先引入一些概念。

定义序列 $\Psi\{i_1, i_2, i_3, \cdots\}$　　(1)

其中,i_k 指的是数据成功传输的时刻,Ψ 是 $\{1,2,3,\cdots\}$ 的一个子序列。

定义 1:数据丢包过程定义为

$$\{\eta(i_k) = i_{k+1} - i_k : i_k \in \Psi\} \tag{2}$$

其中,$\eta(i_k) \in \underline{S} = \{1,2,\cdots,s\}$,$s = \max\limits_{i_k \in \Psi}(i_{k+1} - i_k)$。

定义 2:当 $\eta(i_k)$ 在 $\underline{S}$ 中的取值是任意的,则称数据包的丢失是任意的。

图 2 的数学模型由下式给出:

$$x_1(l+1) = A_1 x_1(l) + B_1 u_1(l) \tag{3a}$$

$$y_1(l) = C_1 x_1(l)$$

$$x_2(l+1) = A_2 x_2(l) + B_2 u_2(l) \tag{3b}$$

$$y_2(l) = C_2 x_2(l)$$

$$u_1(l) = \bar{y}_2(l) = y_2(i_k) = C_2 x_2(i_k) \tag{3c}$$

$$u_2(l) = \bar{y}_1(l) = y_1(i_k) = C_1 x_1(i_k)$$

系统初始输入设为 0,即:$u_1(l) = u_2(l) = 0, 0 \leqslant l \leqslant i_1 - 1$。

令 $x(i_k) = \begin{bmatrix} x_1(i_k) \\ x_2(i_k) \end{bmatrix}, i_k \in \Psi$

通过迭代运算,与文献[8]类似,得到如下的线性切换系统,其切换率由丢包过程决定。

$$x(i_{k+1}) = Q_j x(i_k), j \in \underline{S} \tag{4}$$

$$Q_j = \begin{bmatrix} A_1^j & \sum\limits_{r=0}^{j-1} A_1^r B_1 C_2 \\ \sum\limits_{r=0}^{j-1} A_2^r B_2 C_1 & A_2^j \end{bmatrix}, j \in \underline{S}$$

2　主要结果

2.1　有界任意丢包问题

定义 3:令 $x(l;x_0)$ 为系统 NBFI(2.3) 的轨迹(x_0 为初始状态),若对任意的 $\varepsilon > 0$,存在一个 $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$,当 $\| x_0 \| < \delta$ 时,有 $\| x(l;x_0) \| < \varepsilon$,$(l \in Z_+)$ 成立,则称系统 NBFI(2.3) 是稳定的;进一步得到,若对任意的 $x_0 \in R^n$ 有 $\lim\limits_{l\to\infty} \| x(l;x_0) \|^2 = 0$ 成立,则称系统 NBFI(2.3) 是渐近稳定的。

定理 1:如果存在实正定矩阵 $\boldsymbol{P}_i > 0 (i \in \underline{S})$ 使得下面的矩阵不等式对所有 $i, j \in \underline{S}$ 成立,

$$\begin{bmatrix} -P_i & Q_j^{\mathrm{T}} P_j \\ P_j Q_j & -P_j \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

则系统 NBFI(2.3) 是渐近稳定的。

证明:构造如下依赖于数据丢包的 Lyapunov 函数

$$V(l) = x^{\mathrm{T}}(l) P_{l-i_k} x(l)$$

其中 $i_k + 1 \leqslant l \leqslant i_{k+1}, i_k \in \Psi$

令 $i = \eta(i_k) = i_k - i_{k+1}$,

$j = \eta(i_k) = i_{k+1} - i_k$

有 $V(i_k) = x^{\mathrm{T}}(i_k) P_i x(i_k)$,$V(i_{k+1}) = x^{\mathrm{T}}(i_{k+1}) P_j x(i_{k+1}) = x^{\mathrm{T}}(i_k) Q_j^{\mathrm{T}} P_j Q_j x(i_k)$

由 Schur 引理,可知

$$\begin{bmatrix} -P_i & Q_j^{\mathrm{T}} P_j \\ P_j Q_j & -P_j \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow Q_j^{\mathrm{T}} P_j Q_j - P_i < 0$$

因此,对任何 $x(i_k) \neq 0$

$$V(i_{k+1}) - V(i_k) = x^{\mathrm{T}}(i_k)(Q_j^{\mathrm{T}} P_j Q_j - P_i) x(i_k) < 0 \tag{6}$$

由此可知 $\lim\limits_{i_k\to\infty} V(i_k) = 0$

现在考虑系统状态

$$x(l) = Q_h x(i_k), i_k + 1 \leqslant l \leqslant i_{k+1}$$

其中 $h = l - i_k \in \underline{S}$。

对任意的 $x(i_k) \neq 0$,与式(6)类似

$$V(l) - V(i) = x^{\mathrm{T}}(i_k)(Q_h^{\mathrm{T}} P_h Q_h - P_i) x(i_k) < 0 \tag{7}$$

前面已推知 $\lim\limits_{i_k\to\infty} V(i_k) = 0$

因此 $\lim\limits_{l\to\infty} V(l) = 0$

所以 $\lim\limits_{l\to\infty} \| x(l;x_0) \|^2 = 0, i_k + 1 \leqslant l \leqslant i_{k+1}$

这表明序列 $\{x(l) : l \in Z_+\}$ 收敛于 0。

令

$$\beta_1 = \max\left\{ \max_{h \in \underline{S}} \left\| \begin{bmatrix} A_1^h & 0 \\ 0 & A_2^h \end{bmatrix} \right\|^2, 1 \right\}, \beta_2 = \max_{h \in \underline{S}} \| P_h \|,$$

$$\beta_3 = \min_{h \in \underline{S}} \left\{ \frac{1}{\| P_h^{-1} \|} \right\}, \beta = \min\{\sqrt{1/\beta_1}, \sqrt{\beta_3/(\beta_1\beta_2)}\}$$

其中 $h \in \underline{S}$

下面,将证明:对于任意的 $\varepsilon > 0$,若 $\| x_0 \| < \beta\varepsilon$,则 $\| x(l;x_0) \| < \varepsilon$,$(l \in Z_+)$。

1) 当 $0 \leqslant l \leqslant i_1$ 时

由于初始输入为 0

有 $x(l) = \begin{bmatrix} A_1^l & 0 \\ 0 & A_2^l \end{bmatrix} x_0$

因此 $\| x(l;x_0) \| \leqslant \sqrt{\beta_1} \| x_0 \| < \sqrt{\beta_1}\beta\varepsilon \leqslant \varepsilon$

2) 当 $l > i_1$ 时

由式(6) 和(7) 知

$V(l) < V(i_k)$ 及 $V(i_{k+1}) < V(i_k)$

$V(l) < V(i_k) < V(i_i) \leqslant \beta_2 \| x(i_1) \|^2 \leqslant \beta_1\beta_2 \| x_0 \|^2$

由 Lyapunov 函数的定义,有

$\beta_3 \| x(l;(x_0) \|^2 < V(l)$

$\| x(l; \quad (x_0) \| \quad < \quad \sqrt{(\beta_1\beta_2)/\beta_3} \| x_0 \| \quad < \sqrt{(\beta_1\beta_2)/\beta_3}\beta\varepsilon \leqslant \varepsilon$

因此,可以得出结论:对任意的 $\varepsilon < 0$,存在一个 $\delta(\delta = \beta\varepsilon) > 0$,当 $\| x_0 \| < \delta$ 时,$\| x(l;x_0 \| < \varepsilon,(l \in Z_+)$ 成立。

根据定义 3 可知系统 NBFI(2.3)是渐近稳定的。

2.2 网络时延问题

网络时延是网络控制系统研究中的另一重要问题,一般把所有的时延建模成输入延迟,用 τ 表示,τ 是一个常数。为了简化分析和计算,仅考虑最简单的情况,$\tau = 1$。但是,结果可以推广到 $\tau > 1$ 的情况。

在 $\tau = 1$ 的情况下,其闭环系统为

$$x_1(l+1) = A_1 x_1(l) + B_1 u_1(i_k)$$

$$y_1(l) = C_1 x_1(l) \tag{8a}$$

$$x_2(l+1) = A_2 x_1(l) + B_2 u_2(i_k)$$

$$y_2(l) = C_2 x_2(l) \tag{8b}$$

$$u_1(i_k) = y_2(i_k) = C_2 x_2(i_k)$$

$$u_2(i_k) = y_1(i_k) = C_1 x_1(i_k) \tag{8c}$$

其中,$i_k + 1 \leqslant l \leqslant i_{k+1}, i_k \in \Psi$。

对系统(8) 经过迭代运算,得到

$$x(i_{k+1}) = \begin{bmatrix} A_1^{\eta(i_k)} & \sum\limits_{r=0}^{\eta(i_k)-2} A_1^r B_1 C_2 \\ \sum\limits_{r=0}^{\eta(i_k)-2} A_2^r B_2 C_1 & A_2^{\eta(i_k)} \end{bmatrix} x(i_k) + \begin{bmatrix} 0 & A_1^{\eta(i_k)-1} B_1 C_2 \\ A_2^{\eta(i_k)-1} B_2 C_1 & 0 \end{bmatrix} x(i_{k-1}) \tag{9}$$

定理 2:如果存在矩阵 $\boldsymbol{P}_i \in S^+, i \in \underline{S}, Q \in S^+, Z \in S^+, N_1 \in R^{2n \times 2n}$ 及 $N_2 \in R^{2n \times 2n}$ 使得

$$\begin{bmatrix} \Xi_{ij1} & \Xi_{ij2} & N_1 \\ \Xi_{ij2}^T & \Xi_{ij3} & N_2 \\ N_1^T & N_2^T & -Z \end{bmatrix} < 0 \tag{10}$$

对所有的 $i, j \in \underline{S}$ 成立,则系统(2.3)是渐近稳定。

$$\Xi_{ij1} = R_j^T P_j P_j - \boldsymbol{P}_i + Q + (R_j^T - I) Z (R_j - I) + N_1 + N_1^T,$$

$$\Xi_{ij2} = R_j^T P_j T_j + (R_j^T - I) Z T_j - N_1 + N_2^T,$$

$$\Xi_{ij3} = T_j^T (P_j + Z) T_j - Q - N_2 - N_2^T,$$

$$R_j = \begin{bmatrix} A_1^{\eta(i_k)} & \sum\limits_{r=0}^{\eta(i_k)-2} A_1^r B_1 C_2 \\ \sum\limits_{r=0}^{\eta(i_k)-2} A_2^r B_2 C_1 & A_2^{\eta(i_k)} \end{bmatrix}$$

$$T_j = \begin{bmatrix} 0 & A_1^{\eta(i_k)-1} B_1 C_2 \\ \hline A_2^{\eta(i_k)-1} B_2 C_1 & 0 \end{bmatrix}$$

证明与定理 1 的证明类似,因此省略。

3 仿　真

考虑具有如下参数的系统 NBFI(2.3)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.1 \end{bmatrix}, C_1 = [0.7 \quad 0.6]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, C_2 = [0.4 \quad 0.5]$$

其初始状态为

$$x_1(0) = [2.5 \quad 2]^T, x_2(0) = [1.5 \quad 1.3]^T$$

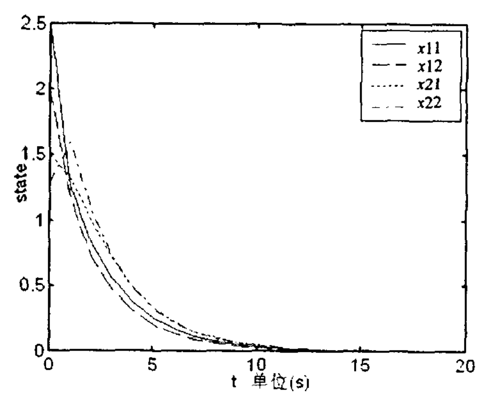

图 3　没有丢包时系统的状态响应曲线

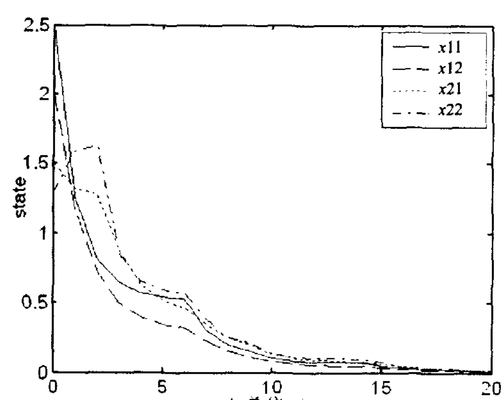

图 4　发生丢包时系统的状态响应曲线

情形 1:没有发生数据包丢失的情况时,系统 NBFI(2.3)的状态响应如图 3 所示。

情形 2:仅发生数据包丢失的情况时,系统 NBFI(2.3)的状态响应如图 4 所示。

情形 3:令 $\tau = 1$,当同时发生数据包丢失和时延时,系统 NBFI(2.3)的状态响应如图 5 所示。

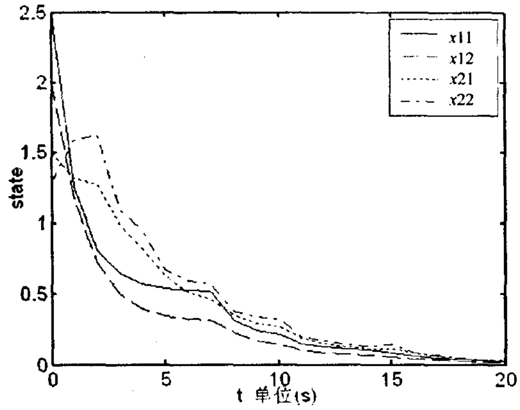

图 5 系统的状态响应曲线(单位时延)

4 结束语

研究了一类基于网络反馈连接的系统(NBFI),并在此模型的基础上,研究了有界任意丢包和网络时延问题。通过迭代的方法,将 NBFI 系统建模成线性切换系统,应用切换 Lyapunov 函数方法对该切换系统进行分析,以 LMI 的形式给出了 NBFI 系统渐近稳定的充分条件。最后的仿真结果验证了结论的正确性。对于这种新的模型,仅考虑了数据丢包和网络时延的情况,对多包传输等情况,并没用考虑。将在今后,对这一新模型进行深入的研究。

参考文献:

[1] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of Networked Control Systems[J]. IEEE Control System Magazine, 2001, 21(1): 84-99.

[2] Walsh G C, Ye H, Bushnell L. Stability Analysis of Networked Control Systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 436-446.

[3] Hassibi A, Boyd S P, How J P. Control of Asynchronous Dynamical Systems with Rate Constraints on Events[C]//Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. Phoenix: [s. n.], 1999: 1345-1351.

[4] Walsh G C, Beldiman O, Bushnell L. Asymptotic behavior of networked control systems[C]//Proceedings of the International Conference on Control Applications. Havaii, Danver: [s. n.], 1999: 1448-1453.

[5] Yu M, Wang L, Chu T G, et al. Stabilization of networked control systems with data packet dropout and network delays via switching system approach[C]//Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Bahamas, NV: [s. n.], 2004: 3539-3544.

[6] Xiong J L, Lam J. Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss[J]. Automatica, 2007, 43(1): 80-87.

(上接第 206 页)

```
⋮
    public
    rules (char RulesNo[10], char RulesName[100], char premise[500],
    char conclusion[500], char credit );
    void rules:: selectrules(char premise)
    {if (premise= ="大车制动器断电"&& premise= ="大车滑行距离 > V/15"&& premise= ="大车滑行距离<V²/500")
      {rulesNo="规则号";
      conclusion="结论";
      credit ="可信度";
      }
  }
}
```

4 结束语

采用面向对象技术来封装产生式规则的混合表示方法,实现了构成起重机专家系统中重要的一个组成部分——知识库的建立。通过在此系统的实际应用,这种混合表示方法促使知识更方便管理、检索和重用,也提高了专家系统的另一个组成部分——推理机的有效性,因此,这种方法对专家系统开发具有很重要的参考价值。

参考文献:

[1] Slagle J R, Gardiner D A. Knowledge Specification of an Expert System[J]. IEEE Expert, 1990, 5(4): 29-38.

[2] Lo K L, Nashid I. Expert systems and their application to power systems. I. Components and methods of knowledge representation[J]. Power Engineering, 1993, 7(1): 41-45.

[3] 程慧霞,李龙澍,倪志伟,等. 用 C++ 建造专家系统[M]. 北京:电子工业出版社,1996.

[4] Shirai Y, Tsuji J. Artificial Intelligence: Concepts, Technologies and Applications[M]. New York: John wiley, 1982.

[5] Negnevitsky M. 人工智能:智能系统指南[M]. 第 2 版. 顾力栩,沈晋惠,等译. 北京:机械工业出版社,2007.4.