

一种基于各向异性扩散的图像处理方法

汪继文, 林胜华, 沈玉峰, 邱剑锋

(安徽大学 计算机科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

摘要: 图像修复的方法有很多种, 目前最常用的有基于偏微分方程(PDE)和基于纹理合成的修复方法。在图像的修复和去噪上, 偏微分方程都有很好的应用, 但对于含有噪声的破损图像的修复, 传统的方法是先去噪声再进行修复。在BSCB模型的基础上加以改进, 提出了一种新的修复方法, 结合现有的图像修复和图像去噪两种技术的优势, 对图像破损区域修复的同时进行整幅图像的去噪, 修复和去噪的过程都是各项异性扩散的过程, 能很好地保留图像的边缘信息。通过数值实验也表明该方法的有效性。

关键词: 图像处理; 图像修复; 图像去噪; 各向异性扩散

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2008)08-0098-03

An Approach for Image Restoration Based on Anisotropic Diffusion

WANG Ji-wen, LIN Sheng-hua, SHEN Yu-feng, QIU Jian-feng

(School of Computer Science & Technology, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: There are many approaches for image restoration, the most commonly used are based on partial differential equations (PDE) or texture synthesis method. The partial differential equations (PDE) are very well applied in image restoration and denoising. When PDEs are used to restore images that contain noise and damaged regions, the traditional method is to remove noise, and then to repair. In this paper, present an effective approach for image restoration. Our method improve the model of BSCB and implement the denoising by the smoothing equation while inpainting the image. The result of numerical experiments also show that the method is effective.

Key words: image processing; image inpainting; image denoising; anisotropic diffusion

0 引言

图像修复技术是指对图像的缺损部分利用周边的已知信息, 按照一定的规则进行填补, 使得修复后的图像接近或者达到原图像的视觉效果。图像破损有很多种形式, 一幅完整的图像可能由于磨损散布各类很多微小的损坏, 也可能由于保存不当使图像表层受到损坏。在这种情况下, 就要求根据不同的破损形式选用不同的修复方法。近些年来, PDE 被广泛地应用于图像处理和计算机视觉等许多方面, 并取得了很好的结果。最早将 PDE 方法引入图像修复问题的是 Bertalmion 等人^[1,2], 利用 PDE 进行图像修复的方法一般可分为两类:

(1) 依赖图像的微观修复机制的仿真系统, 如 BSCB 模型^[1]和曲率驱动扩散(CDD)模型^[3]。

(2) 变分模型, 如 TV (Total Variation) 模型^[4,5],

Mumford-Shah 模型等。

文中在 BSCB 模型^[1]的基础上结合图像去噪的 P-M 模型^[6,7]加以改进, 提出了一种新的修复方法, 即通过修复区域内部和外部的滤波方程来实现去除噪声, 并在去除噪声的同时修复图像中破损区域。

1 BSCB 模型的介绍

图像修复是一个十分复杂的过程, 主要依赖专业人员的主观感觉, 因此没有一种标准的方法, 但一般来说有以下几点潜在的观点:

- (1) 图像整体决定了如何修复缺损处;
- (2) 通过延伸边缘的等高线进入修复区域, 实现修复区域边缘的连续;
- (3) 修复区域中不同的区域是由等高线划分的, 各区域颜色和边缘外颜色一致;
- (4) 添加细节部分和纹理。2001 年, Bertalmion, Sapiro, Caselles 和 Ballester 一起提出了著名的基于偏微分方程的修复模型: BSCB 模型。该模型模拟手工修复过程, 反复进行上述的(2)和(3), 通过延伸等照度线

收稿日期: 2007-11-27

基金项目: 安徽省自然科学基金项目(2006KJ028B)

作者简介: 汪继文(1958-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为数值模拟方法、偏微分方程数值方法及其应用。

进入修复区域而实现修复。

一般的修复过程采用了各向同性的扩散,忽略了等照度线,使得边缘结构失真,而 BSCB 模型采用了各向异性的扩散,使得等照度线延长时保持了与边界的交角,因此修复效果更接近人的视觉感受。

以下用 w 表示整个图像区域, ∂w 表示整个图像区域的边界, Ω 表示待修复的区域, $\partial\Omega$ 表示待修复区域的边界, Φ 是 w 上的已知区域, U 表示被修复后的图像, I 表示待修复的图像。

Bertalmion 等介绍的修复模型中使用了两个向量的内积,一个是待修复区域的法线方向,一个是等照度线方向,要求尽可能平滑地传播待修复区域边缘的已知信息。可通过解下面的 PDE 来缩小待修复区域:

$$u_t = \nabla(\Delta u) \cdot \nabla^\perp u \quad x \in \Omega, t > 0 \quad (1)$$

其中, t 是一个尺度空间参数, $\nabla^\perp u$ 表示等照度线方向, $\nabla(\Delta u)$ 表示法线方向。当这两个向量垂直正交时,意味着这个像素点在边界上,信息不能进行传播;当其中一个向量为 0 时也无法进行传播。为了保证方向场演化的正确性,将修复过程与扩散过程交叉进行。在这里,采用了各向异性的扩散,确保了边缘的光滑和对噪声的鲁棒性。使用的扩散方程为:

$$u_t = g_\epsilon k |\nabla u| \quad x \in \Omega^\epsilon \quad (2)$$

其中 Ω^ϵ 是区域 Ω 以 ϵ 为半径的圆域扩展, k 是 u 上欧几里得曲率, g_ϵ 是 Ω^ϵ 上的平滑函数,同时满足:

$$g_\epsilon(x) = \begin{cases} 0 & x \in \partial\Omega^\epsilon \\ 1 & x \in \Omega^\epsilon \end{cases} \quad (3)$$

在此,把 BSCB 模型稍做修改,对修复区域内的点和修复区域外的点做不同的扩散,这样,方程就满足了在修复过程中可以清除噪声并且保留边界,更有利于保持图像的稳定性。因此,可以采用平滑曲率流(MCF)方程来平滑修复区域内的点,即

$$u_t = |\nabla u| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) \quad (4)$$

该方程是在与梯度 ∇u 垂直的方向上进行扩散的,而在梯度 ∇u 方向上不扩散。

2 修复和去噪

进行图像修复的任务是修复图像缺损区域 Ω ,同时去除已知区域 Φ 噪声并且保持边界。这个过程包括:根据破损区域 Ω 周边的已知信息向破损区域 Ω 内部填充;同时,在整个 $x \in w$ 区域内完成平滑处理。

修复过程,对每个 $x \in \Omega$,采用式(1),进行传播邻近的已知区域 Φ 内像素点的信息;平滑过程,对每个 $x \in w$ 都进行平滑,如果 $x \in \Omega$ 可以采用平均曲率流方程(4)进行平滑,其他情况可以采用选择性的扩散方

程进行平滑,实现公式如下:

$$u_t = g |\nabla u| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) - (1-g)(u-I) \quad x \in \Phi, t > 0 \quad (5)$$

$$u_t = |\nabla u| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) \quad x \in \Omega \quad (6)$$

I 是待修复的图像, u_t 是用尺度 t 平滑后的图像,函数 $g(s) \geq 0$ 是一个非递增函数, $g = g(|\nabla u|)$ 且满足 $g(0) = 1$, 当 $s \rightarrow \infty$ 时, $g(s) \rightarrow 0$; $|\nabla u| \operatorname{div}(\nabla u / |\nabla u|) = \Delta u - \nabla^2 u(\nabla u, \nabla u) / |\nabla u|$, 只在与 ∇u 垂直的方向上进行扩散,而其他方向上不扩散。这样做的目的是保证图像在边缘两侧和边界上获得最小的平滑。 $g(|\nabla u|)$ 是用来进行边缘检测和控制扩散速度的:如果 ∇u 在 x 点的值上较小,那么就把它认为是内部点,扩散速度将加快;如果 ∇u 在 x 点上的值较大,那么就把它看作是边界点,扩散速度将变慢。

3 数值分析与实验

在 $256 * 256$ 的灰度图像上测试了前面提出的修复模型,并得出了较好的修复效果。 $u_{i,j}$ 对应于灰度图像 $u(x, y)$ 上的点 $x = x_i = i\Delta x$ 和 $y = y_j = j\Delta y$, $u_{i,j}^n$ 表示 $u(x_i, y_j, t_n)$, 同时, $t_n = nt$ 。图像 u 在空间尺度 t 上得到的 u_t 是通过 Euler 方法计算得到的近似值,如 $u_t \sim (u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n) / \Delta t$ 。

在扩散条件的近似问题上,采用了中心差分技术,如式(7)所示,得到的数值结果很好。在传播条件的近似问题上采用了 Neumann's 边界条件,通过离散化方程(1), (5), (6) 计算出 u_{ij}^{n+1} , $n = 1, 2, \dots, N$ 。

$$|\nabla u| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) = \frac{u_{xx}^2 u_{yy} - 2u_{xy} u_{xx} u_{yy} + u_{yy}^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (7)$$

$$\nabla(\Delta u) \cdot \nabla^\perp u = u_x(u_{xxy} + u_{yyx}) - u_y(u_{xxx} + u_{xyy}) \quad (8)$$

$$\begin{cases} v_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n + \Delta t L_i(u_{ij}^n) & (x, y) \in \Omega \\ v_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n & (x, y) \in \Phi \end{cases} \quad (9)$$

$$u_{ij}^{n+1} = v_{ij}^{n+1} + \Delta t L_s(v_{ij}^{n+1}) \quad (x, y) \in w \quad (10)$$

这里,

$$\begin{cases} u_{ij}^0 = I(x_i, y_j), L_i(u) = \nabla(\Delta u) \cdot \nabla^\perp u \\ L_s(v) = g |\nabla v| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla v}{|\nabla v|}\right) - (1-g)(v-1) \\ (x, y) \in \Phi \\ \text{或 } L_s(v) = |\nabla v| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla v}{|\nabla v|}\right) \quad (x, y) \in \Omega \end{cases} \quad (11)$$

其中, $g = g(s) = 1/(1+ks^2)$, k 为常数, $s = |\nabla u|$ 。每当用方程(1)执行 A 步传播时,就需要用方程(2)执行 B 步扩散,确保了修复过程中方向场的正确演化。

文中选用 $\Delta t_i = 0.01, \Delta t_s = 0.1, A = 20, B = 2$, 在 256×256 的灰度图像上进行实验; 图 1 是一幅含噪声的破损图像, (a) 是原图像, 经过 200 次迭代后修复成 (b), 经过 400 次迭代后修复为 (c), 经过 500 次迭

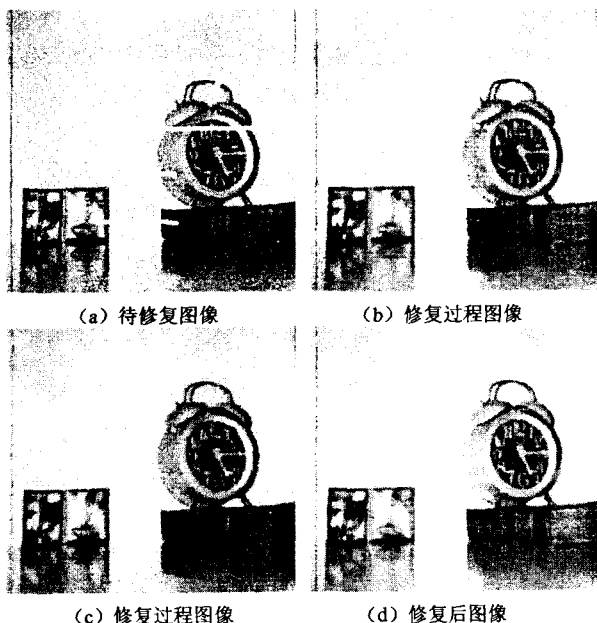


图 1 含噪声的破损图像修复过程图

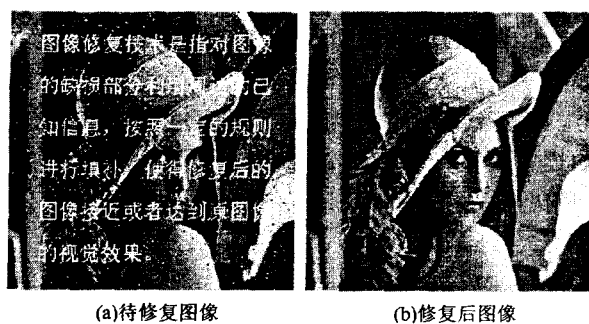


图 2 含椒盐噪声的图像修复

代修复完成 (d)。图 2 是对含椒盐噪声的 Lena 图进行的处理。

4 结束语

本方法信息的传播是沿着等照度线方向的, 图像的平滑也是各向异性的, 因此边缘修复的效果较好, 这点可以从图 1, 图 2 中看出。采用文中提出的模型进行数字图像修复同时去噪是一种有效的方法, 利用 PDE 方法处理图像既方便又有效。

参考文献:

- [1] Bertalmio M, Sapiro G, Caselles V, et al. Image Inpainting [C]//In Proc. ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH 2000). New Orleans: [s. n.], 2000: 417-424.
- [2] Bertalmio M. Processing of Flat and non-Flat Image Information on Arbitrary Manifolds Using Partial Differential Equations[D]. USA: University of Minnesota, 2001.
- [3] Chan T F, Shen J H. Non texture inpainting by curvature driven diffusion (CDD) [D]. Los Angeles: Univ. of California, 2000.
- [4] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms[J]. Physical D, 1992, 60(1-4): 259-268.
- [5] Chan T F, Shen J. Mathematical Models for Local Nontexture Inpaintings[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002, 62: 1019-1043.
- [6] Perona P, Malik J. Scale-space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion[J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12: 629-639.
- [7] Alvarez L, Lions P L, Morel J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM J. Numer. Anal, 1992, 29(3): 845-866.

(上接第 97 页)

动生成 snake 的初始模型, 解决了手工设置初值的问题; 然后在 GVF-snake 的基础上重新设计了 snake 的外部能量函数, 采用色彩聚类算法对原始图像进行分割后进行差分提取有意义区域的边缘梯度, 代替传统方法中常用的像素灰度的差分来近似图像梯度, 充分利用了图像的色彩信息, 解决了 snake 原型应用于彩色图像时出现的失真问题, 对 GVF 向量场进行了归一化处理并改进了平滑因子, 解决了经典力场中活动轮廓的收敛范围小、外力抗干扰性差等缺点。

参考文献:

- [1] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models[J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 2(3):

321-331.

- [2] Gonzalez R C, Woods R E. 数字图像处理[M]. 第 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [3] 边肇祺, 张学工. 模式识别[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [4] 李培华, 张田文. 主动轮廓线模型(蛇模型)综述[J]. 软件学报, 2000, 11(6): 51-75.
- [5] Xu C Y, Prince J I. Snakes, shapes, and gradient vector flow[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 359-369.
- [6] 姚鸿勋, 刘明宝, 高文, 等. 基于彩色图像的色系坐标变换的面部定位与跟踪法[J]. 计算机学报, 2000, 23(2): 158-165.
- [7] 赵利刚, 鲍苏苏. 基于改进的活动轮廓图像分割[J]. 计算机与数字工程, 2006, 5(6): 58-76.