

基于B样条的平面轮廓重构闭合曲面算法

祁伟丽, 秦新强

(西安理工大学, 陕西 西安 710054)

摘要:由一组平行轮廓线重构三维闭合表面是三维可视化研究的主要内容之一。文中通过对B样条插值算法的研究,提出了一种新的公共节点矢量确定方法,利用该方法首先对经过预处理的CT牙齿图片提取轮廓线获得三维数据点,之后对轮廓线数据点进行B样条曲线的拟合,在每条拟合曲线上根据所确定的节点矢量值重新采样,由重新采样的三维数据点利用B样条曲面插值算法构造闭合曲面,所构造的闭合曲面对原始轮廓数据的拟合。通过实例验证可看出该方法可获得较好的拟合曲面,经过误差分析检测,满足拟合条件,因此该方法可以保证几何重建的准确性。

关键词:B样条;节点矢量;拟合;曲面重构

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2008)07-0112-04

Algorithm of Reconstructing Closed Surface for Planar Contours Based on B-spline

QI Wei-li, QIN Xin-qiang

(Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: 3D surface reconstruction from a group of parallel contours is a main topic of 3D visualization. By the study of the B-spline interpolation method, a new ascertain method about common node vector is presented. After pre-processed CT pictures and fitted contour data using B-spline curve, a group of new contour data are sampled in every fitted curve according to the new node vector value. Then, closed surface can be reconstructed by use of the B-spline interpolation method, which is an approximate surface for original contour data. An experimental results and error analysis show that not only is the presented method practicable, but also the fitted result is grace. So, this method could assure the veracity of geometry reconstruction.

Key words: B-spline; node vector; fitting; surface reconstruction

0 引言

在曲面重构中,经常遇到对平面轮廓线数据的拟合问题,这类数据由一系列的轮廓线数据点构成,可以采用B样条曲面插值算法构造闭合曲面来拟合轮廓线数据点。该算法要求在截面曲线上具有统一的次数和公共的节点矢量,文献[1]中采用升阶和插入节点来满足插值要求,将每一个截面曲线的节点矢量插入其它截面曲线节点矢量中相异的节点值,插入节点的结果使得所有截面曲线都具有统一的节点矢量,它是所有截面曲线节点矢量的并集,这就可能会导致曲线分割过于细密,使得节点矢量的个数成倍增加,耗费大量的存储和降低效率。曲学军等^[2]利用了统计学的知识

来确定节点矢量;李文杰^[3]采用了类似于曲线拟合的逼近算法,采用迭代运算找出误差要求的节点矢量;文献[4]中也采用了类似的算法。但这些算法计算量较大,需要重复对每一条截面曲线进行插值或拟合,比较误差,直到满足误差要求。在此思想指导下,文中提出了一种简单、有效的确定截面曲线公共节点矢量的方法,并根据B样条的曲面插值理论构造闭合曲面,所构造的曲面对原始轮廓线数据点的拟合。

1 轮廓线的预处理

在CT图片的生成过程中,不可避免地会出现各种噪声干扰,造成图像质量的降低,为保证后续计算的精度,必须对这些图像进行预处理以去除图像的噪声。针对CT图像很少存在尖锐的细节特征的特点,图像的平滑可以采用中值滤波^[5]。对图像去噪之后,采用Canny算子进行边缘检测,然后采用壁面探索法跟踪提取轮廓线。由于提取的轮廓线存在大量的冗余数

收稿日期:2007-10-17

基金项目:西安理工大学基金资助项目(108-210603)

作者简介:祁伟丽(1983-),女,山西高平人,硕士研究生,研究方向为计算机图形学及辅助几何设计;秦新强,教授,研究方向为偏微分方程、计算机图形学及辅助几何设计。

据,需要提取特征点,减少数据量。特征点的分布一般应符合两个要求:能够体现整个轮廓线的主要特征和走向;在边缘曲率较小处分布合理,以避免重建时产生斜三角形。采用文献[6]的方法可以满足上述要求。

2 轮廓线的拟合

采用B样条曲线拟合有三点好处:

(1)利用B样条的局部影响性质,抑制轮廓上噪声点对整条轮廓线的影响,使曲线趋于光滑;

(2)进一步减少数据量,使轮廓曲线的表示更加紧凑;

(3)能够将最后结果写成IGES格式的文件,容易与各种CAD/CAM软件进行数据交换。

由于断层上图像轮廓是封闭的,所以需要采用周期B样条曲线对其进行逼近,特征点精简后得到 $m+1$ 个轮廓数据点 $\{Q_i, i=0,1,\dots,m\}$;拟合的目标是在控制误差范围内,得到表示轮廓曲线的最简周期B样条曲线所对应的控制点 $\{d_i\}$ 和节点矢量 $\{u_i\}$ 。

2.1 参数化和节点矢量的确定

数据点参数化方法有等距参数化、弦长参数化和向心参数化等,这里采用积累弦长参数化对数据进行参数化,设与轮廓点 $\{Q_i\}$ 对应的参数值为 $\{\bar{u}_i\}$,考虑到封闭曲线首末端点重合,增加一个参数值 $\bar{u}_{m+1}=1$,其它各点的参数值按下式确定:

$$\text{设 } L = \sum_{i=1}^{m+1} |Q_{i \bmod(m+1)} - Q_{i-1}|$$

$$\text{令 } \bar{u}_0 = 0, \bar{u}_i = \bar{u}_{i-1} + \frac{|Q_i - Q_{i-1}|}{L}, i = 1, 2, \dots, m$$

如果给定 $l+1$ 个控制顶点 $\{d_i, i=0,1,\dots,l\}$,希望用封闭的控制多边形定义一条在首末端点连接处具有 C^{k-1} 参数连续性的 k 次B样条闭曲线,采用如下步骤可将闭曲线与开曲线统一表示:

(1)确定控制顶点下标的上界值 $n = l + k - 1$;

(2)按 $d_{l+j} = d_j (j=0,1,\dots,k-1)$ 决定 k 个重顶点:

$$d_l = d_0, d_{l+1} = d_1, \dots, d_{l+k-1} = d_{k-1}$$

(3)得到该闭曲线的控制顶点 $d_i, (i=0,1,\dots,l, l+1,\dots,n)$,其节点矢量为:

$$[u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}] \text{ 及定义域 } u \in [u_k, u_{n+1}]$$

对于 C^{k-1} 次非均匀B样条闭曲线,其首末相重端点不再是首末顶点 d_0 与 d_n ,相应节点矢量中包括定义域两端节点在内的所有节点重复度都等于1;对应的节点矢量 $[u_0, u_1, \dots, u_{k-1}, u_k, \dots, u_{n+1}, u_{n+2}, \dots, u_{n+k+1}]$ 中定义域外的节点为:

$$[u_0, u_1, \dots, u_{k-1}] = [u_{n-k+1} - 1, u_{n-k+2} - 1, \dots,$$

$$u_{n-1} - 1, u_n - 1]$$

$$[u_{n+2}, u_{n+3}, \dots, u_{n+k}, u_{n+k+1}] = [1 + u_{k+1}, 1 + u_{k+2}, \dots, 1 + u_{2k-1}, 1 + u_{2k}]$$

为了将 $m+2$ 个参数值合理分配到定义域的 $n-k+1$ 个内节点区间内,采用如下方法确定内节点矢量 $\{u_i\}$:

$$\text{设 } f = \frac{m+2}{n-k+1} \text{ 取整数 } i = \text{int}(j \times f), \alpha = j \times f - i$$

则内节点矢量

$$u_{k+j} = (1 - \alpha)\bar{u}_{i-1} + \alpha\bar{u}_i \quad j = 1, 2, \dots, n - k$$

按上述方法构成的节点矢量可以保证每个内节点区间至少包含一个参数值 \bar{u}_i 。

则闭曲线方程为:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) d_i \quad u \in [0,1]$$

采用最小二乘法用 k 次B样条曲线闭曲线 $C(u)$ 逼近断层轮廓线,取所有数据点 $\{Q_i\}$ 与相应其在样条曲线上的对应点 $C(\bar{u}_i)$ 的距离平方和为目标函数,每一步迭代使目标函数最小:

$$f = \sum_{j=0}^m |Q_j - C(\bar{u}_j)|^2 =$$

$$\sum_{j=0}^m |Q_j - \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) d_i|^2$$

将目标函数对控制点 d_i 求偏导数并令其为0:

$$\frac{\partial f}{\partial d_l} = -2 \sum_{j=0}^m N_{l,k}(\bar{u}_j) \cdot Q_j + 2 \sum_{i=0}^n N_{i,k}(\bar{u}_j) d_i \cdot$$

$$\sum_{j=0}^m N_{l,k}(\bar{u}_j) \quad l = 0, 1, \dots, n$$

从而可将上式改写为

$$\sum_{i=0}^n | \sum_{j=0}^m N_{l,k}(\bar{u}_j) N_{i,k}(\bar{u}_j) | d_i = \sum_{j=0}^m N_{l,k}(\bar{u}_j) Q_j$$

$$l = 0, 1, \dots, n$$

每一个 l 对应一个上式,得到反算控制点矩阵方程: $(M^T M) D = Q$

由于节点矢量中的每个内节点区间至少含有一个参数值 \bar{u}_i ,所以矩阵 $(M^T M)$ 是正定的,上式可采用共轭梯度法或高斯消元法求解,得到控制顶点 $\{d_i\}$ 。

2.2 逼近过程

三次B样条曲线在节点处是 C^2 连续的,足以满足描述轮廓曲线的要求,所以文中采用三次周期B样条曲线进行逼近,为了达到轮廓曲线的最简表达,设最少容许控制点的个数为 $N_l = 3$,最多容许控制点数起始值 $N_u = m - 1$, N_p 是上一次逼近的控制点数, U_p 为上一次逼近的节点矢量, D_p 为上一次逼近过程的控制点列,逼近过程为^[7,8]:

$$(1) N_n = (N_l + N_u)/2;$$

(2) $N_p \leftarrow N_n, U_p \leftarrow U_n$ 参数化并构造节点矢量 U_n ;

(3) 最小二乘逼近得到 D_n ;

(4) 检查 $C(u)$ 各数据点位置的误差是否小于控制误差;

(5) 如果满足要求, 执行(6); 否则, 执行(7);

(6) 如果 $N_n - N_l \leq 1$, 结束迭代; 否则, $N_u \leftarrow N_n, N_n \leftarrow N_l + N_u$, 返回执行(2);

(7) 如果 $N_u - N_n \leq 1$, 以上一次的逼近曲线退出, 如果上一次的控制点列为空, 逼近失败; 否则, $N_l \leftarrow N_n, N_n \leftarrow (N_l + N_u)/2$, 返回执行(2)。

对于控制误差, 由于不同的轮廓线长度可能有较大的差别, 因此, 将控制误差限设置为与轮廓长度的比

值, 即 $E = \epsilon \cdot \sum_{k=0}^{m+1} |Q_{k \bmod(m+1)} - Q_{k-1}|$

$\epsilon = 0.01$ 和 0.005 时的控制多边形与逼近曲线如图 1 所示。

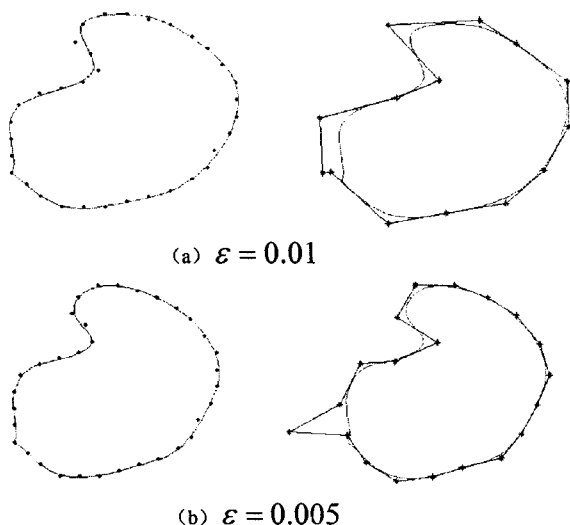


图 1 不同控制误差范围内的控制多边形和逼近曲线

3 基于 B 样条曲面插值算法的轮廓线表面重建

对于一组平行的轮廓线, 可采用 B 样条曲面插值算法来逼近生成一个三维表面, 由该算法生成的表面不仅易于存储、显示, 而且重建的实体表面更加光滑, 在实践中较多地用到双三次 B 样条插值曲面, 下面就针对一组(39 层)牙齿的 CT 图片来具体说明如何确定节点矢量, 并采用 B 样条曲面插值算法生成三维实体, 具体实现过程如下:

(1) 对 CT 图片按上文的预处理技术进行处理, 图像分割之后提取轮廓线;

(2) 精简轮廓线数据点, 提取出可表达轮廓线形状的控制点;

(3) 将轮廓线作为截面曲线, 参数方向记为 u 向, 确定节点矢量 U 。

把上一步提取的轮廓线控制点 $Q_{ij} (i = 0, 1, \dots, n(j); j = 0, 1, \dots, s)$ ($n(j)$ 为第 j 层的控制点数) 作为型值点, 按上一节的曲线拟合算法逼近型值点得到 $s+1$ 条逼近曲线, 找出这些逼近曲线中控制顶点数最多的那条, 将该条逼近曲线的节点矢量作为 u 向的公共节点矢量 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{m+4}]$, 之后在每条逼近的 B 样条曲线上找到参数分别为 $[u_3, u_4, \dots, u_{m+1}]$ 的点, 将这些点作为 B 样条曲面插值的数据点 $q_{ij} (i = 0, 1, \dots, r, j = 0, 1, \dots, s)$ 。

为表示方便, 记 $m = r + 2, n = s + 2$

(4) 确定 v 向的节点矢量 $V = [v_0, v_1, \dots, v_{n+4}]$, 得到轮廓线的数据点之后, 采用平均积累弦长参数化确定 v 向的节点矢量:

$$v(i, 0) = 0$$

$$v(i, j) = v(i, j-1) + \frac{|q_{ij} - q_{ij-1}|}{\sum_{j=1}^s |q_{ij} - q_{ij-1}|} \quad i =$$

$$0, 1, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s$$

$$v_0 = v_1 = v_2 = v_3 = 0$$

$$v_{n+1} = v_{n+2} = v_{n+3} = v_{n+4} = 1$$

$$v_{j+3} = \frac{1}{r+1} \cdot \sum_{i=0}^r v(i, j) \quad j = 1, 2, \dots, s-1$$

这样, 定义域内的节点对应于数据点的参数值 $(u_i, v_j) = (\bar{u}_{i-3}, \bar{v}_{j-3}) (i = 3, 4, \dots, m+1; j = 3, 4, \dots, n+1)$

(5) 反算控制顶点 $d_{ij} (i = 0, 1, \dots, m, j = 0, 1, \dots, n)$

B 样条曲面插值实际上可分解为两个阶段的曲线插值, 在得到数据点 $q_{ij} (i = 0, 1, \dots, r; j = 0, 1, \dots, s)$ 和 u 向、 v 向的节点矢量之后, 采用 B 样条插值算法^[1,9] 就得到了定义 B 样条插值曲面的全部控制顶点。

4 实验结果与分析

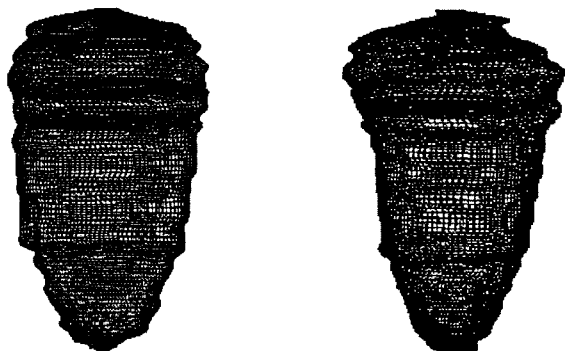
图 2 为用 MATLAB 在计算机上显示的牙齿三维实体图。

在具体的实现过程中, 一个值得考虑的问题是拟合之后重新采样得到的数据点是否能描述轮廓线的形状, 保证重建的真实性和有效性, 因此做了如下的误差分析。不失一般性, 对第 j 层的轮廓线进行误差分析:

轮廓精简之后得到第 j 层的控制点 $Q_{ij} (i = 0, 1,$

$\dots, n(j))$, 定义误差限

$$E = \varepsilon \cdot \sum_{i=2}^{n(r)} |Q_{ij} - Q_{i-1j}|$$



(a) 正面图

(b) 侧面图

图 2 牙齿的三维实体图

曲线拟合时得到对应的参数值 \tilde{u}_{ij} , 对重新采样后的轮廓线数据点插值得到新的插值曲线 $c_j(u)$, 如果控制点 Q_{ij} 与 $c_j(\tilde{u}_{ij})$ 在误差限范围内, 就认为满足逼近要求, 对第 7 层 CT 图片, 当 $\varepsilon = 0.005$ 时, 误差限 $E = 0.5585$, 重新采样后的数据点满足误差要求 (如图 3 所示)。图 4 给出了对 39 层轮廓线进行误差分析的结果图, 通过分析, 满足逼近条件。

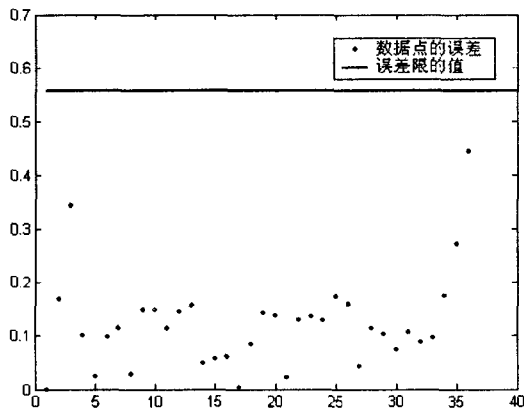


图 3 第 7 层数据点的误差图

文中算法是基于单轮廓线来进行, 能否在多轮廓

线重构中实现需要进一步的理论研究。

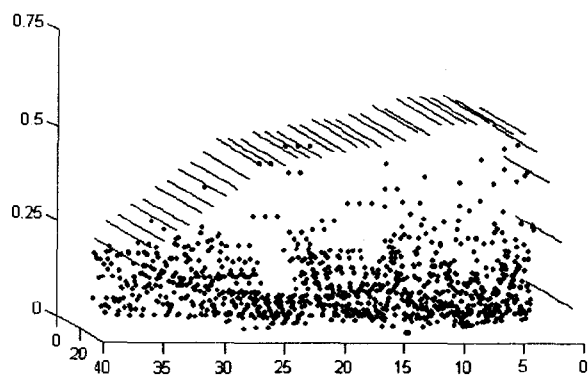


图 4 39 层数据点的误差图

参考文献:

- [1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 254-294.
- [2] 曲学军, 宁涛, 席平. 逆向工程中平面轮廓线数据的 B 样条曲面拟合 [J]. 计算机工程, 2004, 30(10): 14-19.
- [3] 李文杰. 利用三次 B 样条逼近断层轮廓构造封闭曲面 [J]. 福建电脑, 2005(7): 58-60.
- [4] 杨扬. 基于 CT 数据的三维曲面造型及应用 [D]. 西安: 西北大学, 2001.
- [5] 张毓晋. 图像处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 179-187.
- [6] 祁伟丽, 秦新强, 王溪. 基于二维平行轮廓线重建三维表面的算法研究 [C] // CIS&CSSS. 全国第 18 届计算机技术与应用学术会议论文集. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2007: 985-989.
- [7] 叶铭, 于力牛, 王成焱. 目标组织轮廓的三次非均匀 B 样条逼近 [J]. 上海交通大学学报, 2003, 37(5): 729-732.
- [8] Piget L A, Tiller W. Parametrization for surface fitting in reverse engineering [J]. Computer Aided Design, 2001, 33: 593-603.
- [9] Fisher R B. Applying knowledge to reverse engineering problems [J]. Computer Aided Design, 2004, 36: 501-510.

(上接第 111 页)

并通过实验证明, 该方法通过添加对训练样本的可选标记位, 使得算法在时间复杂度适当增加的同时, 更快速地在提升过程中关注那些难以分类的样本, 提高了算法的精度。

参考文献:

- [1] 李斌, 王紫石, 汪卫. AdaBoost 算法的一种改进方法 [J]. 小型微型计算机系统, 2004, 25(5): 869-871.
- [2] 郭红刚, 方敏. AdaBoost 方法在入侵检测技术上的应用

[J]. 计算机应用, 2005, 25(1): 144-146.

- [3] 杨宏晖, 孙进才, 牛奕龙. 支持向量机集成和特征选择联合算法 [J]. 声学技术, 2006, 25(4): 337-340.
- [4] Nock R, Nielsen F. A Real generalization of discrete AdaBoost [J]. Artificial Intelligence, 2007, 171: 25-41.
- [5] Collins M, Schapire R E. Logistic Regression, AdaBoost and Bregman Distances [J]. Machine Learning, 2002, 48: 253-285.