

## 改进的粒子群算法在VRP中的应用

赵传信<sup>1</sup>, 张雪东<sup>2</sup>, 季一木<sup>3</sup>

(1. 安徽师范大学 数学计算机科学学院, 安徽 芜湖 241000;

2. 安徽财经大学 计算机系, 安徽 蚌埠 233041;

3. 南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京 210003)

**摘要:**将粒子群算法和禁忌搜索算法相结合构造禁忌搜索粒子群算法。提出一种对粒子群算法中全局最优解进行禁忌搜索的混合算法, 扩展了粒子群算法进化方式。将其用于车辆路径优化问题求解。与基本粒子群算法相比较, 结合禁忌搜索算法的粒子群算法明显提高了算法收敛速度和优化性能。

**关键词:**粒子群优化; 禁忌搜索算法; 混合策略; 车辆路径问题

**中图分类号:** TP301.6

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2008)06-0240-03

## Application of Improved Particle Swarm Optimization in VRP

ZHAO Chuan-xin<sup>1</sup>, ZHANG Xue-dong<sup>2</sup>, JI Yi-mu<sup>3</sup>

(1. Mathematics and Computer Science Institute of Anhui Normal University, Wuhu 241000, China;

2. Computer Dept., Anhui Univ. of Finance and Economy, Bengbu 233041, China;

3. Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of  
Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** Construct tabu search particle swarm algorithm by merging particle swarm algorithm with tabu search algorithm, which improves the refresh way of the place in PSO. Use it to solve the vehicle routing problem. Based on the implementation of hybrid optimal algorithm and by comparison with the result generated by basic particle swarm algorithm, particle swarm algorithm embedded tabu search algorithm has enhanced the speed of solving evidently and the deficiency of converging slowly. The experiments prove that the hybrid algorithm has better performance and robust.

**Key words:** particle swarm optimization; tabu search algorithm; hybrid strategy; vehicle routing problem

## 0 引言

粒子群优化 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法是一种基于群体智能理论的优化算法<sup>[1]</sup>, 它由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出, 粒子群算法作为一种较新颖群体智能算法具有实现简单, 需要调整参数少的优点, 得到众多学者的广泛研究, 传统的 PSO 适合于处理连续优化问题, 目前已成功应用于函数优化、神经网络训练等优化领域。

粒子群在复杂的组合优化问题上的应用依然有限。目前已有学者利用 PSO 来解决旅行商问题、车辆调度问题等。基本的粒子群算法通过设计位置和速度能够实现部分组合问题的优化, 但是对复杂高维的问

题依然容易陷入局部最小, 改进基本粒子群算法性能的方法很多<sup>[2]</sup>, 但多限于连续优化。文中根据粒子群算法进化的特点结合禁忌搜索算法构造出混合算法并以 Vehicle Routing Problem 为例测试, 表明该算法具有收敛速度快、计算精度高的优点, 可求解组合优化问题。

## 1 车辆路径问题的描述以及数学模型

车辆路径问题 (Vehicle Routing Problem, VRP) 由 Dantzing 和 Ramser 于 1959 年首次提出, VRP 是一个 NP 完全问题, 对于此类问题, 只有当其规模较小时, 才能求其精确解。因此, 如何针对车辆路径问题的特点, 构造运算简单、性能优异的启发式算法, 对许多可以转化为车辆路径的组合优化问题都有十分重要的意义<sup>[3]</sup>。

VRP 的描述如下: 有一个中心仓库, 给定  $K$  辆车, 容量分别为  $q_k (k = 1, 2, \dots, K)$ , 分店集为  $L$ 。此有向

收稿日期: 2007-09-13

基金项目: 安徽省自然科学研究重点项目 (2006kj024A)

作者简介: 赵传信 (1979-), 男, 安徽凤阳人, 硕士, 讲师, 研究方向为智能计算, 计算机网络等。

图有  $|C| + 2$  个顶点, 其中顶点  $1, 2, \dots, n$  表示分店 (Customers), 顶点 0 表示离开时的中心仓库 (Depot), 顶点  $n + 1$  表示返回时的中心仓库, 把顶点  $0, 1, \dots, n + 1$  记作集合  $N$ , 分店之间以及分店与中心仓库之间的弧记作集合  $A$ , 每条弧  $(i, j)$  对应一个消耗值  $c_{ij}$ 。每个分店  $i$  有一个需求  $d_i$ 。在这里, 假设  $q_k, d_i, c_{ij}$  是非负整数。对于弧  $(i, j)$  ( $i \neq j, i \neq n + 1, j \neq 0$ ) 和车辆  $k$  对应的变量定义为  $x_{ijk}$ , 其含义为,  $x_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{if vehicle } k \text{ did not arrive } j \text{ from } i \\ 1, & \text{if vehicle } k \text{ arrived } j \text{ from } i \end{cases}$ , 对于每个车辆, 设计一条费用最小的路径, 此路径开始于顶点 0, 终止于顶点  $n + 1$ , 同时还要保证每个分店被访问一次, 但不能违背车辆的能力约束。设  $w_k$  为第  $k$  条路径分店服务点需求的总和, 即  $w_k = \sum d_i, i \text{ in route } k$ 。可行的路径必须满足车量的最大负载与客户需求间的平衡, 即对  $\forall k, w_k \leq q_k$ 。

模型要求每个分店服务点都能满足要求, 并且一个分店服务点只能由一辆车辆满足, 每辆车路径上的服务点的要求不能超过该车辆的载重量。模型求在上述约束下的总成本  $Z$  最小。如果限定为一辆汽车则问题变为 TSP, 如果取消车辆容量的限制则问题为  $m$ -TSP, 因此 VRP 也属于 NP 完全问题。

## 2 粒子群算法及其改进

### 2.1 基本粒子群算法

粒子群算法模仿鸟类群体行为, 在鸟群的飞行中通过鸟之间的集体协作使群体达到栖息地。在 PSO 系统中, 每个备选解被称为一个“粒子”, 每个粒子根据它自身的“经验”和粒子群的最佳“经验”, 在问题空间中向更好的位置“飞行”, 这样反复搜索, 直到发现最优解。PSO 算法的数学表示如下:

设总粒子数为  $n$ , 收缩的空间为  $d$  维。第  $i$  个粒子位置表示为向量  $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ , 第  $i$  个粒子目前搜索到的最优位置为  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$ , 整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为  $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd})$ , 第  $i$  个粒子的速度为向量  $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ , 每个粒子的速度和位置分别按公式(1)和(2)进行迭代。

$$\mathbf{V}_i(t+1) = w \times \mathbf{V}_i(t) + c_1 \times \text{rand}() [P_i - \mathbf{X}_i(t)] + c_2 \times \text{rand}() \times [P_g - \mathbf{X}_i(t)] \quad (1)$$

$$\mathbf{X}_i(t+1) = \mathbf{X}_i(t) + \mathbf{V}_i(t+1) \quad (2)$$

其中,  $c_1, c_2$  为正常数, 称为加速因子;  $\text{rand}()$  为  $[0, 1]$  之间的随机数;  $w$  称为惯性因子,  $w$  较大适于对解空间进行大范围探查,  $w$  较小适于进行小范围开

挖;  $t$  表示某一次迭代。粒子群初始位置和速度随机产生, 然后按公式(1)和(2)进行迭代, 直到算法满足迭代终止条件。

### 2.2 粒子群算法的改进

虽然粒子群算法有其优点但是在实验中发现有时会陷入局部最小, 粒子群算法从个体极值和邻域极值获得更新信息, 信息共享机制是单向的, 信息的目的性很强有助于提高收敛速度, 但是也增加了陷入局部最优的概率。结合其他局部搜索算法可提高搜索效率<sup>[4]</sup>。但混合算法搜索往往耗时较长。

禁忌搜索 (Taboo Search) 算法是由 Glover 提出的, 是局部邻域搜索算法的一种扩展, 禁忌搜索采用的禁忌策略尽量地避免迂回搜索。禁忌搜索在组合优化中应用广泛, 作为一种启发式搜索算法, 禁忌搜索在车辆路径问题上也有应用。

粒子群的全局最优解 GBest 参与所有粒子的每一代进化; 在粒子群中全局最优解 GBestd 对指导进化是重要<sup>[5]</sup>。目前混合算法为了节约计算成本, 提高算法的效率和普通的混合算法不同。混合算法每次只对一个粒子进行邻域搜索, 该方式有利于减少混合算法带来的时间消耗, 降低时间复杂度, 同时又可以充分利用混合算法的优点来提高算法的优化性能。混合后的算法流程如图 1 所示。

混合算法其主体框架为粒子群算法, 如果去掉其中的禁忌搜索部分就蜕变为基本粒子群算法。该算法充分利用全局最优解 GBest 的重要性, 当粒子群算法连续迭代大于 Step1, GBest 变化过小对 GBest 进行禁忌搜索, 如果更长的连续迭代 GBest 变化过小,  $\text{Step2} = \lambda \times \text{Step1}, \lambda = 4$  则随机选择其他粒子进行禁忌搜索。由于禁忌搜索采用只保留当前搜索范围最好的, 所以混合算法的收敛性服从粒子群算法的收敛性。混合算法利用启发式算法提高了粒子群的收敛性, 加快了算法的收敛速度。在下面的算法实现中得到验证。

## 3 混合粒子群算法在 VRP 中的实现

### 3.1 算法中粒子的构造及约束解决

粒子群算法为连续空间求解算法, VRP 属于整数规划问题, 从而需要先做相应的修改。设粒子的  $X_v$  表示每个任务点服务的车辆号,  $X_r$  表示该节点在车辆配送过程中的次序<sup>[6]</sup>。对于粒子适应值的评价函数是根据模型给出的满足约束条件下的代价最小值, 解可行性的关键约束为任务点车辆的安排, 即  $X_v$  的取值, 要求任务点需求满足载重。为了解决该编码方式在进化中产生不可行解, 提出修正函数。这样避免了不可行解参与计算过程, 从而有效地减小冗余空间搜索, 提

升算法的性能。设计 VRP 辆路径问题的修正算法见表 1。

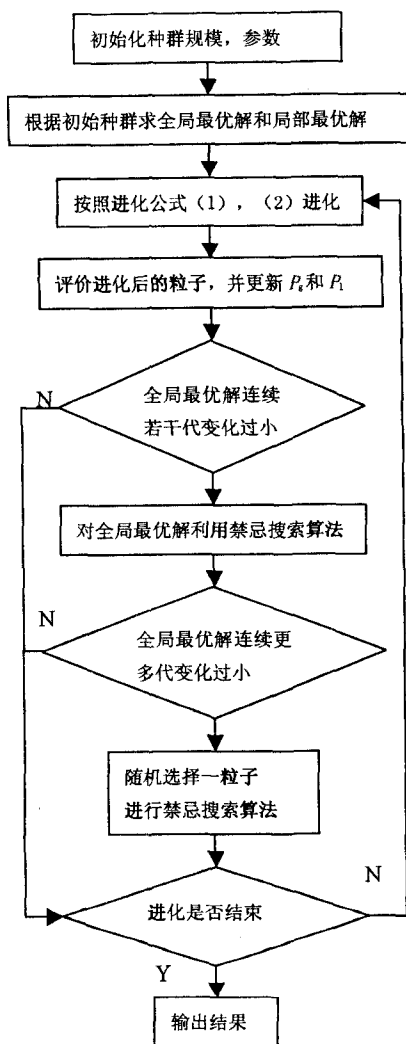


图 1 混合优化流程图

表 1 VRP 修正算法

Step1:	循环对车辆 $i, 1 \cdots V$ 测试 $W[i]$ 为车辆 $i$ 的路径上的服务点的需求的总和
Step2:	如果 $W[i] > q[i]$ 则执行 step3 ~ step5
Step3:	随机选择一车辆容量大于服务点需求的总和 $j$ 使得 $q[j] < W[j]$
Step4:	随机选择一由车辆 $i$ 完成服务的服务点 $k$ 即 $Xv[k] = i$
Step5:	将车辆 $i$ 的服务点 $k$ 由车辆 $j$ 完成, $Xv[k] = j$
Step6:	回到 Step1

### 3.2 混合算法的实现过程

初始化每个粒子的  $Xv$ 、 $Xr$ 、 $Vv$  和  $Vr$ , 其中  $Xv$  一维向量随机取  $1 \sim K$  (车辆数) 之间的整数,  $Xr$  一维向量随机取  $1 \sim L$  (任务数) 之间的实数, 速度向量  $Vv$  一维随机取  $-(K-1) \sim (K-1)$  之间的整数,  $Vr$  取  $-(L-1) \sim (L-1)$  之间的实数。混合算法中的粒子进化依据公式(1)和(2)进行进化。

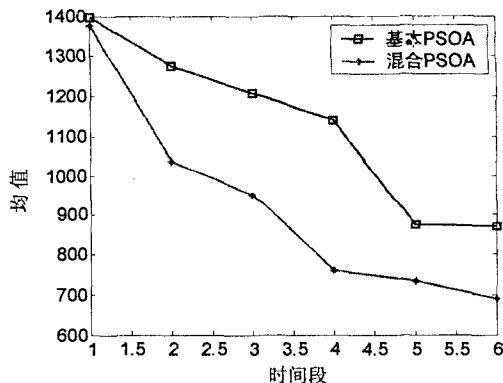
评价函数评价所有粒子, 对于不可行解按上述修正算法修正, 这样得到的所有参与进化的下一代粒子

均为可行解。

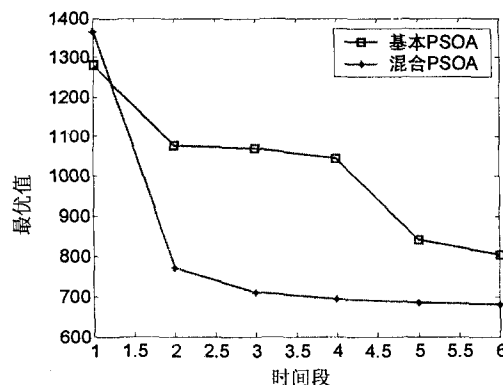
禁忌搜索优化算法邻域生成函数采用  $\lambda$  插入法的思想。由于禁忌搜索是混合算法的一部分, 所以这里的禁忌搜索的策略采用集中搜索。 $\lambda$  插入法算法复杂度较高, 为减少复杂度这里  $\lambda$  取 2, 算法中禁忌搜索邻域产生的策略是任意交换  $Xv$  和  $Xr$  中对应的值。虽然产生的邻域越多越有利于全局寻优, 但是带来的复杂性也是非常大的, 为了平衡这个矛盾, 取部分邻域计算进入候选解。为了减少产生的邻域, 对于产生不可行解的邻域直接排除, 不再参与计算。在产生邻域解中进行评价, 按照适应值选择进入候选解, 候选解的大小为任务数。进入禁忌表的内容为相互交换的服务点  $(i, j)$ , 禁忌表的长度为任务数/2。

### 4 粒子群禁忌搜索混合算法的仿真与分析

文中的所有试验均在 Windows 2000, VC++ 6.0 环境下调试通过, 数据试验的硬件环境为 C2.4, 256M 兼容机。为了验证混合算法的优越性, 采用 Augerat 等提出的 A\_n33\_k5 测试问题, 该问题节点数为 33, 最优值为 661。分别利用基本粒子群算法和混合算法进行了测试, 结果如图 2 所示。



(a) 20 次试验平均优化值效果图



(b) 20 次试验最优值效果图

图 2 A\_n33\_k5 优化算法结果比较

(下转第 247 页)

研究仍处于初级阶段,诸多关键技术还有待完善。特别是多源空间数据的有效集成、人口空间数据的不确定性、人口信息的不确定和不规范对系统建设影响巨大,一些先进的技术和方法,如人口空间数据仓库等技术,未能很好地集成到人口统计 GIS 当中。

#### 参考文献:

- [1] 刘 光. 地理信息系统——组件开发篇[M]. 北京:中国电力出版社,2003.
- [2] U. S. Census Bureau. CSPro Getting Started[EB/OL]. 2007. <http://www.census.gov/ipc/www/cspro/index.html>.
- [3] World Health Organization. Public Health Mapping and GIS [EB/OL]. 2007. <http://www.who.int/health-mapping/tools/healthmapper/en/index.html>.
- [4] United Nations Population Division Department of Economic and Social Affairs. MORTPAK for Windows[EB/OL]. 2003. <http://www.un.org/esa/population/publications/mortpak/MORTPAKwebpage.pdf>.
- [5] Queensland Centre for Population Research. Population Projections for a State/Territory And its Regions [EB/OL]. 2005. <http://www.gpa.uq.edu.au/qcpr/Homepage/documents/POPSTAR.pdf>.
- [6] Kulldorff M. SaTScan Technical Documentation[EB/OL].

2005. <http://www.satscan.org/>.

- [7] Longley P A, Goodchild M F. 地理信息系统(上卷):原理与技术[M]. 第 2 版. 唐中实等译. 北京:电子工业出版社, 2004.
- [8] 芦东听, 李典蔚, 任 静, 等. 基于组件式 GIS 的移动奥运智能交通系统[J]. 计算机技术与发展, 2007, 17(5): 59 - 62.
- [9] ESRI. MapObjects getting started[EB/OL]. 2005. <http://www.esri.com/software/mapobjects/index.html>.
- [10] Ralston B A. Developing GIS Solutions With MO and Visual Basic[M]. New York: Onword press, 2002.
- [11] 徐苏维, 盛业华, 黄家柱, 等. 基于 MO 的 GIS 综合应用开发[J]. 计算机工程与应用, 2006(1): 194 - 197.
- [12] 刘 铮, 邬沧萍, 查瑞传. 人口统计学[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1981.
- [13] 吴信才. 地理信息系统设计与实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [14] 陆 林. 人文地理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [15] 张宗斌, 王庆功. 现代西方经济学教程[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2002.
- [16] 刘德钦, 刘 宇, 薛新玉. 中国人口分布及空间相关分析[J]. 遥感信息, 2004, 29(6): 76 - 79.
- [17] 邓聚龙. 灰预测与灰决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.

(上接第 242 页)

通过大量实验表明,混合算法的表现明显优于基本效果,在时间消耗相近的情况下混合算法求解效果更好,混合算法不仅求解效率提升,并且具有更好的鲁棒性,虽然基本粒子群算法通过增加叠代次数、修改惯性常数  $w$  增加优化性能。但是对陷入局部最小改进性能有限,混合算法则能较好地避免这一问题,另外文中提出的单独对全局最有值局部搜索的策略也有利用减少普通混合算法执行时间过长的缺点。该混合策略并非专门针对 VRP 问题,可以应用到其他领域。

## 5 结束语

文中在结合禁忌搜索的基础上对基本粒子群算法提出了一种新的混合策略,该混合算法结合了粒子群算法在整体空间的全局搜索能力和禁忌搜索在局部空间个体邻域的独立寻优搜索能力。改进的粒子群优化算法通过实验分析可以得出以下结论:

- 1) 充分利用了粒子群算法的群体并行搜索和禁忌搜索的串行领域搜索优势,实现了高效的搜索算法;
- 2) 提升了优化性能,并加快了优化速度,尤其是对规模较大的复杂问题能够快速有效地求解;

3) 具有鲁棒性好和参数要求不敏感,改善了禁忌搜索的对初始解依赖过强的缺点。

作为粒子群算法和禁忌搜索算法的尝试,为粒子群算法解决组合优化问题提出了一种可行的方法,该方法也可以应用到其他类似问题的求解。

#### 参考文献:

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// In: Proc. of the IEEE Conf. on Neural Networks, IV. Perth: IEEE Press, 1995: 1942 - 1948.
- [2] 胡 旺, 李志蜀. 一种更简化而高效的粒子群优化算法[J]. Journal of Software, 2007, 18(4): 861 - 868.
- [3] 李 军, 郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法[M]. 北京: 中国物资出版社, 2001.
- [4] 张丽艳, 庞小红, 夏蔚军, 等. 带时间窗车辆路径问题的混合粒子群算法[J]. 上海交通大学学报, 2006, 40(11): 1890 - 1894.
- [5] 赵 波, 曹一家. 电力系统无功优化的多智能体粒子群优化算法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(5): 1 - 7.
- [6] Ayed S, Imtiaz S, Sabah A M. Particle swarm optimization for task assignment problem[J]. Microprocessors and Microsystems, 2002, 26: 363 - 371.