第18卷 第1期
2008年1月
计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT
Vol.18 No.1
Jan. 2008

粒度计算中的商结构

王向阳[1],张燕平[2]
(1.安徽电气工程职业技术学院,安徽 合肥 230022;
2.安徽大学 人工智能研究所,安徽 合肥 230039)

摘 要:基于商空间的粒度计算理论是目前三个主要的粒度计算理论之一。主要讨论商空间理论中的结构问题,并与粗糙集方法进行比较,指出结构在粒度计算理论中的重要性。讨论如何从结构着手来建立商空间模型。文中给出了从结构上取不同粒度来构造商空间的新方法,最后通过相关例子说明所提出的方法的合理性、可行性。

关键词:粒度计算;商空间理论;商结构;粗糙集理论
中图分类号:TP18 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2008)01-0111-04

The Quotient Structure in Granule Computing

WANG Xiang-yang[1], ZHANG Yan-ping[2]
(1. Anhui Electrical Engineering Professional Technique College, Hefei 230022, China;
2. Institute of Artificial Intelligence, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: The theory of granule computing based on the quotient space is one of the three main granule computing theories. In this paper discuss mostly the question of the structure of the quotient space theory. Comparing with rough set theory, point out the importance of the structure in granule computing theory. Next discuss how to build a model of the quotient space from the structure. A new method of constructing the quotient space by choosing different granules is also presented in this paper. And finally, proves the rationality and feasibility of the new method by some examples.

Key words: granule computing; quotient space theory; quotient structure; rough set theory

0 引 言

"人类智能的一个公认特点,就是人们能从极不相同的粒度上观察和分析同一问题。人们不仅能在不用粒度的世界上进行问题求解,而且能够很快地从一个粒度世界跳到另一个粒度世界,往返自如,毫无困难[1]。"

由此可见,粒度在人类智能活动中的重要性(粒度计算作为专门的术语,首次出现在Zadeh的文献[2]中,后来,Zadeh又在文献[3]中着重描述了粒度计算的重要性)。如何进行粒度计算,Rough Set在求解论域、属性之间的等价关系时,已做了全面、有效的工作[4~8]。但是仅仅考虑论域、属性之间的粒度,而忽略论域中元素的结构,解决问题的范围是十分有限的,对大量的实际问题的处理,不可忽略的重要因素恰恰是论域中元素的相互关系——结构。

文中介绍描述粒度世界的商空间法;重点提出一种新的结构划分法并指出商空间理论中的结构对问题求解的重要作用;通过利用商结构进行问题求解的实例,说明所提出方法的合理性、可行性。

1 商空间法

商空间法就是将不同粒度世界与数学上的商集概念统一起来,表示对象模型的方法,即以商集作为不同粒度世界的数学模型方法。用一个三元组 (X,f,T) 来描述一个问题。X 表示问题的论域;$f(\cdot)$ 表示论域的属性,可以用函数 $f:X\rightarrow Y$ 表示,其中 Y 可以是实数集合,也可以是一般空间,$f(\cdot)$ 可以是单值,也可以是多值的;T 是论域的结构,指论域中各元素的相互关系。分析或求解问题 (X,f,T),是指对论域 X 及其有关的结构、属性进行分析、研究。

对论域 X 而言,不同粒度就是不同的子集,也就

收稿日期:2007-04-03
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60675031);安徽省自然科学基金(05042000208);安徽省教育厅重点自然科学研究项目(2006KJ015A)

作者简介:王向阳(1961-),男,浙江宁波人,研究方向为人工智能、机器学习及应用;张燕平,博士,教授,研究方向为人工智能、机器学习、人工神经网络应用。

是在 X 上给定一个等价关系 R,对应于 R 得到一个商集 $[X]$,然后将 $[X]$ 当作新的论域,故商集就是将等价类看作新元素而构成的新空间,这样得到一个较粗粒度的世界 $[X]$,并求出相应的属性和结构的 $([X],[f],[T])$,然后对 $([X],[f],[T])$ 进行分析、研究。

2 商结构

在商空间的粒度计算方法中,最主要的一点就是如何按照问题的需要适当地建立对应的商空间。在文献[1]中讨论过几种常用的产生商空间的方法:

(1)属性划分法:即将属性相同或相似的元素归为一类。

(2)投影划分法:若元素 x 的属性函数是多维的,如有 n 个属性函数分量 $f_1,f_2,\cdots,f_n$,若暂不考虑其中 i 个属性 $f_1,f_2,\cdots,f_i$,将 $f_{i+1},f_{i+2},\cdots,f_n$ 属性相同的元素归为一类。

(3)结构划分法:把结构上或功能上关系密切的元素分为一类。

(4)约束划分法:设有 n 个约束条件 $C_1,C_2,\cdots,C_n$,那么可按 C_i 进行划分。

当然,还可以列出其他各种不同的划分方法。在实际问题求解中,粒度的划分有时是动态的,即先进行一次分类,在这个粒度上进行推理与分析,得到一定的性质,问题初步明朗后,再进一步分类,直至问题的解决。其中有利用结构来建立商空间的方法,即结构划分法,但它是利用元素在结构上的关系,对论域进行划分,从而建立商空间。

文中将讨论一种新的结构划分法,它是对结构直接进行"粗化",由此产生新的粗结构,称为商结构,然后利用商结构,在论域中产生对应的商集,和对属性产生商属性,这三者共同产生新的商空间 $([X],[f],[T])$。这种方法与上面所述的结构划分法区别在于:结构划分法是按结构或者功能的相似性对论域进行划分,从而产生新的商空间 $([X],[f],[T])$,是从 $[X]$ 到 $[T]$ 的过程。文中提供的方法是在结构上取不同粒度,产生商结构,然后利用商结构对论域进行相应的划分,是从 $[T]$ 到 $[X]$ 的过程。如时间逻辑问题可以用此方法建立商空间。

问题的不同粒度表示对应于不同的等价关系 R。从利用等价类来描述"粒度"和利用"粒度"来描述概念的角度看,商空间理论和粗糙集理论有许多相似之处。Pawlak 所提的粒度也是将大量的复杂信息按其各自的特征和性能,将其划分成数个较简单的信息块,以方便处理,每个如此划分的信息块就被认为是一个粒度[9]。粗糙集理论中,当论域 X 中各元素之间没有什么相互关系或相互关系甚少可近似看成无相互关系的情况,即 X 中无结构的情况时,不同的粒度构成可以对论域、属性进行不同的划分得到[10,11]。粗糙集理论已经被证实在实践中是非常有用的,从大量的现实生活中应用的记录来看已经非常明显。这一理论对于 AI 和认知科学尤为重要,在决策支持、专家系统、归纳推理、开关电路等方面有了重要的应用[12~14]。但是粗糙集理论主要研究的是在给定的空间(知识基)上不同概念的表示、转换和相互依存问题[15,16],其模型中没有描述论域中元素之间关系的方法,只是简单的点集,缺乏空间结构的支持[17]。故这种模型难以处理具有很强的结构关系的对象。如电子线路,若只给出各元件的参数值,而没有给出各元件是如何连接的(连接就是结构)就不可能从中分析出线路的性能。

商空间理论可以看成是粗糙集理论的扩充。根据结构对论域进行划分,或对结构取不同的粒度建立商空间,这是商空间理论的一个特色。

下面讨论利用结构的不同粒度建立商空间的方法。

原有的方法是对论域利用粒度分析方法得 $[X]$,从 $[X]$ 利用拓扑上的方法自动地产生出在结构上的商拓扑 $[T]$,然后组成新的三元组 $([X],[f],[T])$ 对其进行研究。

该方法也可以对属性函数取不同粒度进行分析,即由属性的商属性诱导出论域的商集,再由商集 $[X]$ 和 $[f]$ 诱导出商拓扑(结构)$[T]$,构成新的三元组 $([X],[f],[T])$。

现在换一个角度,先对结构 T 取某个商结构 $[T]$,然后从 $[T]$ 导出相应的商空间 $[X]$。构成三元组 $([X],[f],[T])$,再对它进行研究。

那么有一个问题:这样换一个角度取粒度分析方法,是否有"新东西",即由对结构取商结构得出的粗粒度问题 $([X],[f],[T])$,这个三元组是否也可以从对论域取粒度分析或从属性取粒度的分析中得到?下面举一例子,说明后者比前者讨论的范围大。

定义 1:设 (X,T) 是一拓扑空间,$<T>$ 也是 X 上的一拓扑,称 $<T>$ 是 T 的商拓扑,则 $<T>$ 中的开集必是 T 中的开集。

定义 2:给定 (X,F,T),设 $<T>$ 是 T 的一商拓扑,在 X 上定义等价关系 R:

$\forall x,y\in X, xRy \leftrightarrow$ 在拓扑 $<T>$ 下,含 x 的任一开集必含 y,反之亦然。

对结构 T,取一商拓扑 $<T>$,由 $<T>$ 按定义 2 得一等价关系 R,设 R 对应的商集为 $<X>$,得三元组 $(<X>,[F],<T>)$,称它是由商拓扑 $<T>$ 导

出的商空间。

可以证明下面定理成立。

命题 1:设 R 是 X 上一等价关系,得商空间($[X]$,$[F]$,$[T]$),若令 $<T>=[T]$,设定义2由 $<T>$ 产生的商集为 $<X>$。则($[X]$,$[F]$,$[T]$) = ($<X>$,$[F]$,$<T>$)的充分必要条件是($[X]$,$[F]$,$[T]$)满足 T_0 分离公理(T_0 - separation axiom)。

例 1:($X=\{0,1,2,3,4\}$,$T=\{(0,1,2,3),(4),\cdots\}$,$[X]=\{\{0,1\},\{2,3\},\{4\}\}$,$[T]=\{\{4\},\{0,1,2,3\}\}$,取 $<T>=[T]$,按定义1求得 $<X>=\{\{0,1,2,3\},\{4\}\}\neq[X]$。由命题 1,因为($[X]$,$[F]$,$[T]$)不满足 T_0 公理,同样得 $<X>\neq[X]$。

命题2:存在 $<T>$ 是 T 的商拓扑,其对应的商集 $<X>$,设其对应的等价关系为 R,则按 R 得到商空间 $[X]$,$[X]$ 对应的商拓扑 $[T]$,但 $[T]\neq<T>$。

例2:$X=\{0,1,2\}$,$T=\{(0),(1),(2),\cdots\}$,$<T>=\{\{0\},\{0,1\},\{0,2\},\{0,1,2\}\}$。按定义1得 $<X>=\{0,1,2\}=X$,但 $[T]\neq<T>$。

以上性质说明,从对结构取不同粒度来建立商空间可得出新的东西。

商结构在粗粒度世界仍然具有一些原(细)粒度世界的性质,这些性质在解决问题时很重要:保假性和保序性[1]。因此,当利用适当的分类技术在粗粒度世界讨论问题时,若问题无解,那么在细粒度的原问题上也无解。这样就可缩小求解的范围,加快求解的速度,因为粗粒度世界通常比原世界简单[18]。

3 商结构的描述应用

下面举两个例子,说明结构在粒度计算模型的重要性,以及如何利用商结构来建立商空间。

3.1 正弦稳态电路分析

求等效电路是电路分析中最常见的一个问题,下面从求一个简单正弦稳态电路图的等效电路分析商结构在求解问题中的重要性。采用的方法是商空间的结构划分法,即利用元素在结构上的关系,对论域进行划分,从而建立商空间。如图 1 所示。

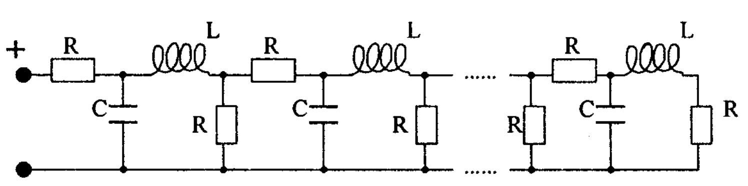

图 1　正弦稳态电路

用 Rough Set 理论仅能描述出该问题的元件属性:电容,电阻,电感,电源和论域中各元素的值域、值的大小等,而元件组合的电路的等价属性则无法描述。原因就是论域中各元素之间的关系,即结构无法描述。但是众所周知,对电路的分析仅有这些元件属性(论域)和元素的值域(属性)是远远不够的,更重要的是还需要知道各元素之间是如何连接的,即串联还是并联(连接即结构)。

为了分析问题方便,假设所有的电阻均为 R,电容为 C,电感为 L。从右向左(为了说明方便,从左到右分析,实际上可以从任何一段开始分析)分析,利用商结构,可以得出电感与电阻串联后与电容并联,因此得出图 2 中等效电阻 R′=(wl+R)/(wc(wl+R)+1。这样就可以从粗粒度上将电容、电阻、电感这个复杂的结构等价成一个电阻 R′,R′就是 R,L,C 的一个等价类。同理分析可知,R′与 R 串联后再与 R 并联,依次分析,得到最后的等效电路如图 3 所示。

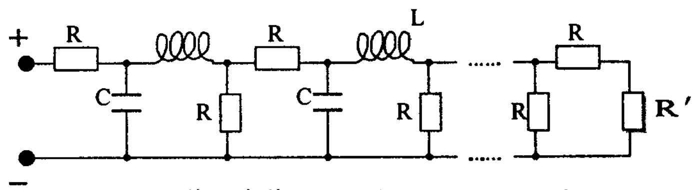

图 2　第一步等效电路求解后的正弦稳态电路

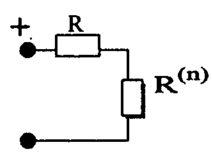

图 3　等效电路

其中 $R^{(n)}$ 就是电路图右边所有电阻、电容、电感的等价电阻,从商空间理论上来说,就是从商结构出发,从结构考虑,将原空间粒度变粗,获得一个等价类,从而得到一个简单的等价电路图。

通过对电路的分析,论域中各元素之间相互关系的重要性已经 在解决问题时体现出来了。进一步,对信息粒度的求解问题,同样可以从商结构出发,从而得出粗粒度空间各等价类对相互联系的信息的影响是正、负还是零。这项工作的研究正在进行中。

3.2 时间逻辑问题

Allen 在文献[19,20]中提出时间世界模型,建立了不同事件之间的 13 种关系。对一个给定的事物,建立论域中各事件之间的时间关系,这种时间关系构成商空间模型中的结构 T。下面讨论如何在 T 中取商结构 $<T>$(如将13种时间简化成6种、4种等的关系),再构造对应的商集 $<X>$ 及商空间($<X>$,$<F>$,$<T>$)。采用的方法就是文中提出的商结构法。

不同事件之间在时间上的关系可以转化为两对应

的时间区间之间的对应关系。若一个区间由其两个端点所确定,于是两个区间之间的关系,可以用其对应的四个端点的相对位置来表示。

设 $l_1=(a_1,b_1),a_1<b_1;l_2=(a_2,b_2),a_2<b_2$。两者之间的 13 种关系可以描述为:$a_1<a_2,b_1<b_2(<)$;$b_1=a_2(m)$;$a_1<a_2<b_1<b_2(o)$;$a_1<a_2<b_1=b_2(f_i)$;$a_1<a_2<b_2<b_1(d_i)$;$a_1=a_2<b_1<b_2(s)$;$a_1=a_2$ 且 $b_1=b_2(=)$;$a_1=a_2<b_2<b_1(s_i)$;$a_2<a_1<b_1<b_2(d)$;$a_2<a_1<b_1=b_2(f)$;$a_2<a_1<b_2<b_1(o_i)$;$a_1<b_2=a_1<b_1(m_i)$;$a_2<b_2<a_1<b_1(>)$。

固定(a_2,b_2),单独考虑 a_1,有 5 种情况:$a_1<a_2$;$a_1=a_2$;$a_2<a_1<b_2$;$a_1=b_2$;$b_2<a_1$。同样,单独考虑 b_1 也可划分 5 种情况。设 X,Y 轴上 1,2,3,4,5 分别表示$(-\infty,a_2)$,$[a_2]$,(a_2,b_2),$[b_2]$,(b_2,∞)5 个区间。则 13 种情况可以用图 4 表示。

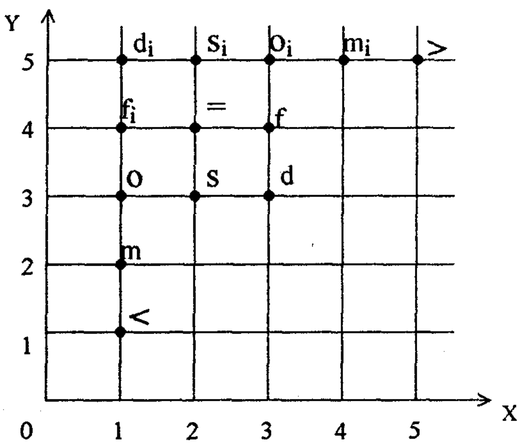

图 4 时间逻辑问题原空间解

可以将原来细粒度上划分的 5 个区间进行粗粒度处理,划分为 3 个区间$(-\infty,a_2)$,$[a_2]$,(a_2,∞),分别记为 $-1,0,1$,即将原空间{3,4,5} 作为一个等价类。此时商集 $<X>=\{\{1\},\{2\},\{3,4,5\}\}$。那么 13 种关系就简化为如图 5 的 5 种情况。

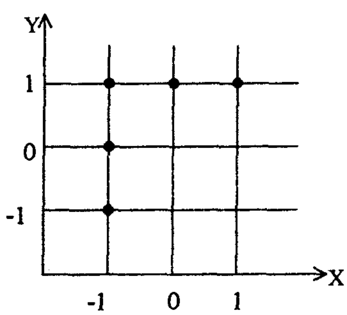

图 5 时间逻辑问题粗粒度下的解 1

对于同一个问题,还可以从另一个粗粒度世界来考虑。将原来的 5 个区间划分为$(-\infty,a_2)$,$[a_2,b_2]$,(b_2,∞)这 3 个区间,分别记为 $-1,0,1$,即将原空间{2,3,4} 作为一个等价类。此时商集 $<X>=\{\{1\},\{2,3,4,\},\{5\}\}$。那么 13 种关系又可简化为如图 6 的 6 种情况。

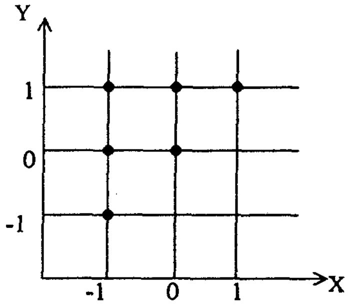

图 6 时间逻辑问题粗粒度下的解 2

这样就可以从两个不同的粒度空间直接对结构 T 直接进行"粗化",取某个商结构$[T]$,然后从$[T]$导出相应的商空间$[X]$。构成三元组$([X],[F],[T])$,再对它进行研究。

4 结 论

一个对象用三元组 (X,f,T) 来表示,与粗糙集、决策树等方法比较,商空间理论具有更强的表达能力,它不仅可以描述论域中的元素,定义多种不同的属性函数、运算等,而且可以定义元素之间的不同结构(关系),从而使得繁杂问题可描述、可构造,进而可解决,因为结构因素在许多问题求解中是个不能不考虑的性质。文中通过正弦稳态电路分析,指出结构在粒度计算理论中的重要性,并结合时间逻辑问题这个实例给出了从结构上取不同粒度来构造商空间的新方法,使得问题简化、复杂性降低 。

参考文献:

[1] 张 钹,张 铃. 问题求解理论及应用[M]. 北京:清华大学出版社,1990.

[2] Zadeh L A. The key roles of information granulation and fuzzy logic in human reasoning[C]//In :Hyatt R, ed. Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ - IEEE' 96. Germany: Physica Verlag GmbH,1996:100-196.

[3] Zadeh L A. Some reflections on information granulation and its centrality in granular computing with words, the computational theory of perceptions and precisiated natural language [C]//In:Lin T Y,ed. Data Mining ,Rough Sets and Granular Computing. Germany: Physica Verlag GmbH, 2002: 110-153.

[4] Kundu S. The Normal Form of a Granular Fuzzy Function

(下转第 118 页)

```
        case 0://未初始化!
        break;
        case 1://读取中!
        break;
        case 2://已读取!
        break;
        case 3://交互中!
        break;
    }
}
```

xmlHttp对象的readyState属性反映了目标服务器对请求的处理状态,可以在不同的状态写上自己的与状态对应的处理代码。当readyState为4时,表明处理结束,可以在这时候去取Web方法的返回值[4]。如果返回值是字符串,直接通过responseText属性去取,如果返回值是xml文件,则通过responseXML属性取到返回值,然后通过DOM对它进行操作,代码如下:

```
var xmlDoc = new
    ActiveXObject("Msxml2.DOMDocument.3.0");
xmlDoc.async = false;
xmlDoc.loadXML(xmlObj.responseXML.text);
```

接着就可以利用DOM的方法对这个XML文件进行读取。当读到返回值时,就可以根据这些返回值通过DOM和Javascript来控制页面,使页面完成无缝重构,从而使页面内容实现无刷新的更新。

3 结束语

使用Ajax技术,由于在实现的过程中要用到大量的脚本语言,这无疑给开发工作加大了很多工作量,也增加了开发的难度[5]。但它使客户端和服务器之间的通讯量大大减少,极大地减轻了服务器负担;而且可以异步操作,同时进行多个数据更新操作,实现了真正的多任务处理。

参考文献:

[1] Dynamic HTML and XML: The XMLHttpRequest Object [EB/OL]. 2005-06. http://developer.apple.com/internet/webcontent/xmlhttpreq.html.

[2] Skonnard A. 理解SOAP[EB/OL]. 2003-03. http://www.microsoft.com/china/MSDN/library/WebServices/WebServices/UnderstandingSOAP.mspx? mfr=true.

[3] Ewald T. 关于SOAP编码的论点[EB/OL]. 2004-04. http://www.microsoft.com/china/MSDN/library/WebServices/WebServices/UnderstandingSOAP.mspx? mfr=true.

[4] Teare D. An Introduction To Ajax[EB/OL]. 2005-08. http://dev2dev.bea.com/pub/a/2005/08/ajax-introduction.html.

[5] McLaughlin B. Make asynchronous requests with Javascript and Ajax[EB/OL]. 2006-03. http://www-128.ibm.com/developerworks/xml/library/wa-ajaxintro2/.

(上接第114页)

[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001(124):97-107.

[5] Roy A, Pa Sankar K. Fuzzy Discretization of Feature Space for a Rough Set Classifier[J]. Pattern Recognition Letters, 2003(24):895-902.

[6] Swiniarski Roman W, Skowron A. Rough Set Methods in Feature Selection Letters and Recognition[J]. Pattern Recognition Letters, 2003(24):833-849.

[7] Beaubouf T, Petry Frederick E, Arora G. Information Theoretic Measures of Uncertainty for Rough Sets and Rough Relational Database[J]. Journal of Information Sciences, 1998(109):185-195.

[8] Guan J W, Bell D A. Rough Computational Methods for Information Systems[J]. Artificial Intelligence, 1998(105):77-103.

[9] Pawlak Z. Rough Set: Theorencal Aspects of Reasoning About Data[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

[10] Yao Y Y. Granular Computing: basic issues and possible solutions[C]// Proc. of Fifth Joint Conference on Information Sciences. Atlantic City, New Jersey, USA: [s.n.], 2000: 186-189.

[11] Yao Y Y, Li X. Comparison of rough-set and interval-srt models for uncertain reasoning[J]. Fundamental Informatics, 1996, 27:289-298.

[12] 史忠植. 知识发现[M]. 北京:清华大学出版社, 2002.

[13] 张文修, 吴伟志. 粗糙集理论与方法[M]. 北京:科学出版社, 2001.

[14] 刘 清. Rough集及Rough推理[M]. 北京:科学出版社, 2001.

[15] Yao Y Y, Wong S K M, Wang L S. A nonnumeric approach to uncertain reasoning[J]. International Journal of General Systems, 1995, 23(2):343-359.

[16] Yao Y Y, Zhong Ning. Granular Computing Using Information Table[M]// in Lin T Y, Yao Y Y, Zadeh L A. Data Miming, Rough Sets and Granular Computing. [s.l.]: Physica-Verlag, 2000:102-124.

[17] 张燕平, 张 铃, 夏 莹. 商空间理论与粗糙集的比较[J]. 微机发展, 2004, 14(10)::21-24.

[18] 张燕平, 张 铃, 吴 涛. 不同粒度世界的描述法——商空间法[J]. 计算机学报, 2004, 27(3):328-333.

[19] Allen J F. Towards a General Theory of Action and Time[J]. Artificial Intelligence, 1984, 23:123-154.

[20] Allen J F. Planning Using a Temporal World Model[C]//IJCAI-83. [s.l.]: [s.n.], 1983:741-747.