

## 基于 Radon 变换的运动模糊图像参数估计

林 萌<sup>1</sup>, 李翠华<sup>1</sup>, 黄剑航<sup>2</sup>

(1. 厦门大学 计算机科学系, 福建 厦门 361005;

2. 厦门大学 通信工程系, 福建 厦门 361005)

**摘 要:**运动模糊图像的参数估计直接影响图像的去模糊效果。提出了基于 Radon 变换的参数估计算法, 结合运动模糊图像的频谱特性和 Radon 变换的数学含义, 通过计算运动模糊图像二维频谱的 Radon 变换值, 有效地估计出运动模糊的方向角  $\theta$  和长度  $L$  两个参数。实验表明, 该方法简单可行, 参数估计准确, 最终的图像去模糊效果良好。

**关键词:**数字图像; 运动模糊; 点扩展函数; Radon 变换; 参数估计

**中图分类号:** TN911.73

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2008)01-0033-04

Parameters Estimation of Motion Blurred Images  
Based on Radon TransformLIN Meng<sup>1</sup>, LI Cui-hua<sup>1</sup>, HUANG Jian-hang<sup>2</sup>

(1. Department of Computer Science, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

(2. Department of Communication Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** Parameters estimation of motion blurred images directly influences the result of deblurring. The method based on Radon transform introduced by this paper incorporated the spectral properties of motion blurred images with the mathematical significance of Radon transform, efficiently estimating the motion blurring angle  $\theta$  and length  $L$  these two parameters. The experiment shows that this new method is simple and feasible with accurate parameters estimation, and finally obtaining good deblurring results.

**Key words:** digital image; motion blurring; point spread function (PSF); Radon transform; parameters estimation

## 0 引 言

数字图像的运动模糊是一种常见的降晰过程, 产生的主要原因是被观测物体与成像系统之间存在相对运动, 例如, 相机的机械振动、被观测物体高速运动等等。这些相对运动持续时间短, 可以看作是沿任意方向的匀速直线运动。观测到的降晰图像某一位置上的像素值和原来的像素值不再是一一对应的关系, 而是运动方向上若干相邻像素值的加权和。该等效作用相似于平滑滤波器产生的效果, 因此观测图像往往在某一方向上有模糊的重影。

可以用卷积运算描述运动模糊过程:

$$y(m, n) = \sum_i \sum_j h(m, n, i, j) x(i, j) + \eta(m, n)$$

$$= x(m, n) \otimes h(m, n) + \eta(m, n) \quad (1)$$

其中,  $x$  是原始图像(尺寸为  $l_0 \times l_0$ ),  $y$  是观测到的图像,  $\eta$  是加性高斯白噪声,  $h$  是点扩展函数(PSF), 相当于离散二维单位冲激响应;  $m$  代表竖直方向坐标,  $n$  代表水平方向坐标,  $\otimes$  代表卷积运算。由于运动模糊的效果比起噪声来更占主导地位, 为简单起见, 在接下来的分析中不计噪声影响。

运动模糊系统的点扩展函数(PSF)由两个参数确定: 一是运动模糊的方向, 二是运动模糊的长度<sup>[1]</sup>。前者用运动方向和水平正方向的夹角表示; 后者用被观测物体和成像系统之间相对移动的像素数目来表示。长度越大, 模糊的程度越大。图像的去模糊需要用到系统的点扩展函数, 在仅仅已知观测图像的情况下, 需要以上两个模糊参数进行估计。

已有的若干运动模糊图像参数估计方法, 主要针对的是水平方向的运动模糊<sup>[2]</sup>。少数文献提到运动模糊方向的估计, 主要利用 Hough 变换<sup>[3,4]</sup>, 但它仅能确定运动模糊的方向, 运动模糊的长度估计需将模糊图像旋转到水平方向后才能计算。笔者提出了基于

收稿日期: 2007-04-20

基金项目: 国家创新研究群体资助项目(60024301); 厦门大学 985 二期信息创新平台项目

作者简介: 林 萌(1983-), 女, 福建莆田人, 硕士研究生, 研究方向为数字图像和视频处理; 李翠华, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字图像和视频处理。

Radon 变换的参数估计算法,数学原理直观易懂,只需通过运动模糊图像二维频谱的 Radon 变换值进行简单计算便可获得这两个参数估计值,且参数估计准确,图像去模糊效果良好。

## 1 运动模糊的频域分析

### 1.1 点扩展函数的谱图

点扩展函数  $h$  在 Matlab 仿真中,由函数 `fspecial()` 生成,其语法格式为:

$$h = \text{fspecial}('motion', \text{LEN}, \text{THETA})$$

其中 LEN 代表运动模糊长度,THETA 代表运动模糊角度,是和水平正方向的夹角。

对点扩展函数采取二维离散傅里叶变换,并取对数的方法压缩变换系数的动态范围:

$$D(u, v) = \log_{10}[a + b |H(u, v)|] \quad (2)$$

通常取  $a = 1, b = 1$ , 其中  $(u, v)$  是频域坐标。在 (1) LEN = 11, THETA = 0 和 (2) LEN = 7, THETA = 45 两种情况下的运动模糊点扩展函数的谱图如图 1 所示。

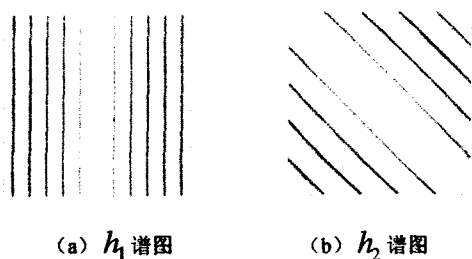


图 1 点扩展函数的谱图

可以看出,运动模糊的方向垂直于  $h$  谱图的条纹方向,运动模糊长度长的条纹数目越多<sup>[5]</sup>。

### 1.2 运动模糊图像的谱图

(1)式对应的频域形式:

$$Y(u, v) = X(u, v)H(u, v) + \Lambda(u, v) \quad (3)$$

其中  $Y, X, H, \Lambda$  分别是 (1) 式中  $y, x, h, \eta$  对应的频域值。由于原始图像的谱图各向同性,通过 (3) 式得到的结果具有和  $h$  谱图相似的性质。从模糊图像的频域性质可知模糊图像的谱图具有和点扩展函数谱图一致的方向性和条纹数目规律。

因此可以从观测图像的谱图中估计运动模糊的方向和长度。

## 2 基于 Radon 变换的参数估计

### 2.1 Radon 变换

对于一个  $n$  维的函数  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 它的 Radon 变换就是定义在  $n-1$  维超平面上的积分值。对于二维函数  $f(x, y)$ , Radon 变换计算它在某一指定角

度射线方向上的投影变换,即它在确定方向上的线积分。对图像而言, Radon 变换反映了图像在不同方向上的投影性质。Radon 变换的二维表达式如下<sup>[6]</sup>:

$$Rf(x', \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy' \quad (4)$$

$$\text{其中: } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (5)$$

直线  $l$  的方程为:

$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (6)$$

式 (6) 的几何意义是函数  $f(x, y)$  在  $\theta$  角度上距离原点  $x'$  的一个投影值。当  $\theta$  值固定,  $x'$  取遍所有值时就得到  $\theta$  方向上的投影值。再改变  $\theta$  角度值,就得到不同方向上的投影值。

### 2.2 运动模糊方向的估计

观测到的运动模糊图像,其谱图呈长条状,条纹与运动方向相垂直。在运动方向上,低频成份主要集中于中心位置,幅值较大,两边幅值周期性衰减。对模糊图像的二维频谱函数沿条纹方向计算线积分,所得结果为投影变换,其中心位置附近的积分值最大。因此通过寻找最大的投影值及其对应的 Radon 变换角,就可以确定运动模糊方向。对于  $\theta = 45^\circ, L = 21$  的 cameraman 谱图的 Radon 变换说明如图 2 所示。

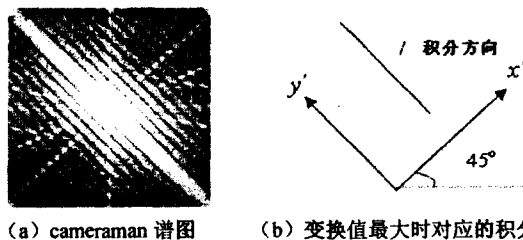


图 2 cameraman ( $\theta = 45^\circ, L = 21$ )

谱图的 Radon 变换说明

基于以上分析,可以得到确定运动模糊方向的算法主要步骤如下:

(1) 计算观测图像的二维傅里叶变换:

$$Y(u, v) = \text{fft2}(y)$$

(2) 将傅里叶变换值动态范围进行压缩:

$$D(u, v) = \log_{10}[1 + |Y(u, v)|]$$

(3) 将压缩结果进行循环移位,使低频成份对应于谱图中心:

$$C(u, v) = \text{fftshift}(D(u, v))$$

(4) 对  $C(x, y)$  进行 Radon 变换:

$$RC(x', \theta) = \text{radon}(C(x, y))$$

(5) 求运动方向角:

$$\theta = \arg[\max_{\theta} (RC(x', \theta))]$$

### 2.3 运动模糊长度的估计

可以先从点扩展函数的频谱来分析如何估算运动模糊的长度<sup>[7]</sup>,为简单起见,假设运动方向为水平  $\theta = 0^\circ$ ,运动模糊长度为  $L$ 。那么,点扩展函数为:

$$h(m, n) = \begin{cases} 1/L, & m = 1, 1 \leq n \leq L \\ 0, & m \neq 1, 1 \leq n \leq L \end{cases} \quad (7)$$

其二维离散傅里叶变换取模为:

$$|H(v)| = |Sa(\pi v L)| \quad (8)$$

幅度是抽样函数的绝对值,运动方向( $v$ 轴)存在周期性的零点,位于频率位置:

$$v = \pm \frac{1}{L}, \pm \frac{2}{L}, \pm \frac{3}{L}, \dots \quad (9)$$

点扩展函数的频率零点反映在二维谱图上就是如图1所示的黑色细条纹位置。运动模糊长度和黑色条纹数目之间存在直接的关系。由于运动模糊图像的谱图和点扩展函数的谱图特性一致,因此可以利用它来估计运动模糊长度。

以水平方向运动模糊长度分别为11和18的Cameraman运动模糊图像为例加以说明。图3(a)、(c)是各自二维谱图,图3(b)、(d)是相应运动模糊方向上(即沿条纹方向积分)的Radon变换投影图,它以主瓣为中心,周围周期性分布着衰减的旁瓣,每个旁瓣是相应的两条黑色条纹之间的部分。容易验证运动模糊的长度为:

$$L = N + 1$$

其中, $N$ 为运动方向上坐标轴内主瓣个数(即1)与完整旁瓣个数的和。如图3(b)中,完整旁瓣个数为9,则  $N = 10, L = 11$ ,图3(d)中,完整旁瓣个数为16,则  $N = 17, L = 18$ 。 $L$ 表达式中还要在 $N$ 的基础上加1,是因为一个主瓣的宽度相当于两个旁瓣的宽度。

若运动方向和水平正方向夹角为 $\theta$ ,则 $L$ 表达式修正为:

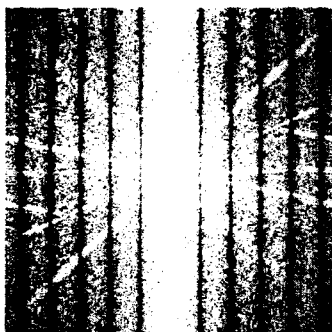
$$L = \begin{cases} (N+1)\cos\theta, & 0^\circ \leq \theta < 45^\circ, 135^\circ \leq \theta < 180^\circ \\ (N+1)\cos(90^\circ - \theta), & 45^\circ \leq \theta < 135^\circ \end{cases} \quad (10)$$

以上是直观的说明,通过进一步的研究提出一种新的计算方法:

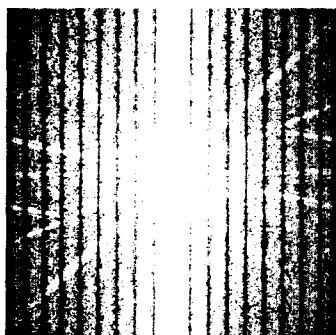
$$L = l_0/s_0 \quad (11)$$

其中 $l_0$ 为图像边长, $s_0$ 为运动模糊角度 $\theta$ 下Radon变换值的一个旁瓣宽度。上式适用于任意角度。证明如下:

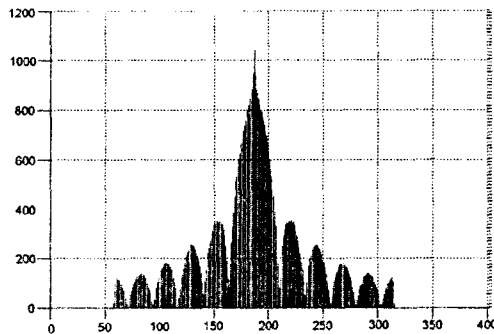
运动模糊方向角 $\theta$ (设 $0^\circ \leq \theta < 45^\circ$ )下,等效的 $x'$ 轴长度为 $l_0/\cos\theta$ ,旁瓣宽度为 $s_0$ ,则 $N+1 = \frac{l_0}{\cos\theta}/s_0$ ,代入式(10)即得 $L = l_0/s_0$ ,其他角度下同理可证。



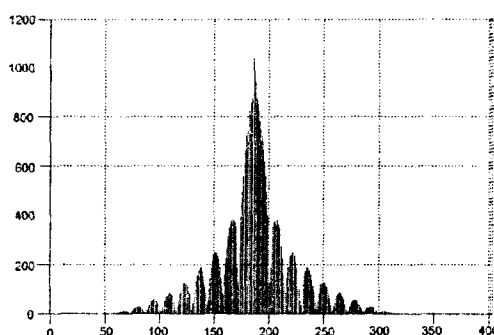
(a)  $L = 11$



(c)  $L = 18$



(b)  $L = 11$ 时 Radon 变换投影图



(d)  $L = 18$ 时 Radon 变换投影图

因此确定运动模糊长度的算法主要步骤如下:

- (1) 根据前面计算得到的运动方向角 $\theta$ ,取得该角度的Radon投影变换值 $RC_\theta(x')$ ;
- (2) 计算 $x'$ 方向上旁瓣宽度 $s_0$ ;
- (3) 根据公式 $L = l_0/s_0$ 计算运动模糊长度 $L$ 。

## 3 计算结果

### 3.1 参数估计

对cameraman和coin两幅图像在不同运动模糊角度和长度下的观测图像,按照上面算法进行估值,得到的结果如表1所示。可以看到,参数估计结果和实际值很接近。有了这两个参数值,就可以构造出运动模糊的点扩展函数 $h$ 。

### 3.2 图像去模糊

图像去模糊的求解计算中,常用到矩阵-向量的表示形式。在忽略噪声情况下,式(1)可以表示为<sup>[8]</sup>:

表 1 cameraman 和 coin 图像的参数估计结果

图像	实际值		估计值	
	方向角 $\theta$	长度 $L$	方向角 $\theta$	长度 $L$
cameraman	0°	11	0°	11
	20°	17	20°	17
	45°	21	46°	21
	80°	15	78°	14
coin	0°	13	1°	13
	30°	8	31°	7
	40°	23	40°	21
	70°	10	65°	10

$$y = Hx \quad (12)$$

其中,  $x, y$  分别是原始图像和观测图像行堆叠排列而成的列向量, 其维数均为  $l_0^2 \times 1$ ;  $H$  是由真实点扩展函数  $h$  生成的卷积核矩阵, 其维数为  $l_0^2 \times l_0^2$ 。

用估计值  $\hat{H}$  代替  $H$ , 并将式(12)化为标准方程组形式:

$$\hat{H}^T \hat{H} x = \hat{H}^T y \quad (13)$$

由于  $\hat{H}^T y$  已知, 系数矩阵  $\hat{H}^T \hat{H}$  正定对称, 因此采用共轭梯度法(CG法)<sup>[9]</sup>, 能在较少的次数内完成迭代求解  $x$ 。对于  $\theta = 45^\circ, L = 21$  的 cameraman 图像和  $\theta = 0^\circ, L = 13$  的 coin 图像的去模糊效果如图 4 所示。

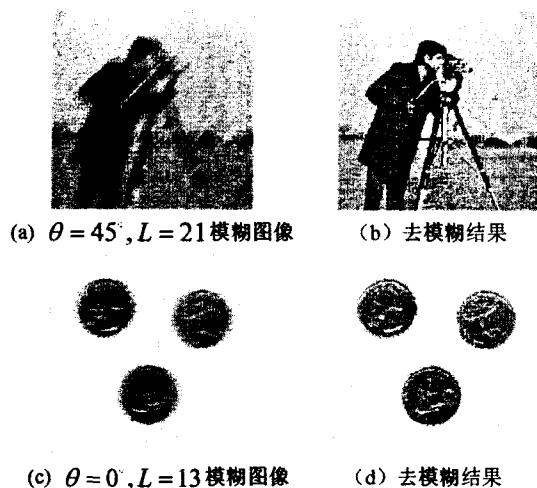


图 4 cameraman 和 coin 图像的去模糊效果

## 4 结 论

从上面的结果可以看出, 基于 Radon 变换的运动模糊图像参数估计算法原理简单, 计算方便, 可以在模糊图像二维频谱的 Radon 变换值基础上, 同时获取运动模糊图像的方向角度和长度两个参数, 结果和真实值比较接近, 从而图像去模糊的效果良好, 是一种有效可行的新方法。

文中忽略了次要因素噪声的影响, 但算法结论同样适用。可以通过对带噪运动模糊图像进行滤波等预处理等, 进一步提高参数估计的准确性。

## 参考文献:

- [1] Yitzhaky Y, Kopeika N S. Identification of Blur Parameters from Motion Blurred Images[J]. Graphical Models and Image Processing, 1997, 59(5): 310-320.
- [2] 明文华, 孔晓东. 运动模糊图像的恢复方法研究[J]. 计算机工程, 2004, 30(7): 133-135.
- [3] 赵晓敏, 蔡 慧. 射线检测中运动模糊图像的恢复[J]. 无损检测, 2005, 27(8): 423-426.
- [4] 唐林波, 赵保军. 线状目标实时检测算法的研究[J]. 光学技术, 2006, 32(1): 155-158.
- [5] 王晓红, 陈秀万. 一种有效的运动模糊图像恢复算法[J]. 计算机工程, 2003, 29(17): 13-16.
- [6] 邸 燕, 常宏宇. Radon 变换在断层成像中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2004, 34(12): 87-90.
- [7] Lokhande R, Arya K V, Gupta P. Identification of Parameters and Restoration of Motion Blurred Images[C]//Proceedings of the 2006 ACM symposium on Applied computing. New York, NY, USA: ACM press, 2006: 301-305.
- [8] 邹谋炎. 反卷积和信号复原[J]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [9] Nagy J G, Plemmons R J. Iterative Image Restoration Using Approximate Inverse Preconditioning[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(7): 1151-1162.

(上接第 10 页)

击, 因此不仅要了解现有的 DDoS 防御方法, 而且还要考虑怎样将它们组合在一起有效地解决这个问题。

## 参考文献:

- [1] 蒋 平. DDoS 攻击分类及趋势预测[C]//全国网络与信息安全技术研讨会. 北京: 人民邮电出版社, 2004.
- [2] 张耀脸. 聚集黑客——攻击手段与防护策略[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2002.
- [3] Northcutt S. 网络入侵检测分析员手册[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2000.

- [4] CERT Coordination Center. Denial of Service Attacks Online [EB/OL]. 2002-06-02. Available URL: [http://cert.org/tech\\_tips/denial\\_of\\_service.html](http://cert.org/tech_tips/denial_of_service.html).
- [5] 郭志峰, 朱孟军. 计算机犯罪防范与案例分析[M]. 北京: 中国大地出版社, 2000.
- [6] Shema M. WEB 安全手册[M]. 谢文亮, 马睿倩译. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [7] 喻 超. 防御 DDoS 分布式拒绝服务保证业务的永续性[C]//全国网络与信息安全技术研讨会. 北京: 人民邮电出版社, 2004.
- [8] 郑家志, 谢金宝. 基于 DDoS 攻击的防范措施的探讨[C]//中国计算机大会论文集. 北京: 人民邮电出版社, 2000.