

基于非负矩阵分解的人脸识别算法的改进

高宏娟, 潘 晨

(宁夏大学, 宁夏 银川 750021)

摘 要:非负矩阵分解方法是基于局部特征的特征提取方法, 已经成功用于人脸识别。研究基于非负矩阵分解的人脸图像识别的改进算法是一个有重要意义的研究课题。采用二维非负矩阵分解方法(2DNMF)和对角非负矩阵分解方法(Di-aNMF), 并且使用正交的基矩阵进行 Matlab 实验。实验结果表明, 以上改进措施能够有效提高人脸图像识别的正确率。

关键词:非负矩阵分解; 人脸识别; 对角非负矩阵分解; 基矩阵

中图分类号:TP391.41

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2007)11-0063-04

Improved Face Recognition Algorithm Based on Non - Negative Matrix Factorization

GAO Hong-juan, PAN Chen

(Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

Abstract:Non-negative matrix factorization(NMF) is a method of parts-based feature extraction, it has been already applied to face recognition successfully. It is an important issue to research the improved method in face recognition field. In this paper, 2-D non-negative matrix factorization and diagonal non-negative matrix factorization are adopted, and use orthogonal base matrix to make experiment. The experimental result shows that, compared with developed face recognition based on non-negative matrix factorization, the improved algorithm can increase accurate ratio of face recognition.

Key words:non-negative matrix factorization; face recognition; diagonal-non-negative matrix factorization; base matrix

0 引 言

人脸识别的特征提取方法主要有两类: 一是基于整体脸的方法; 二是基于局部特征的方法^[1]。基于整体脸的识别保留了人脸部件之间的拓扑关系与各部件本身的信息, 而基于局部特征的识别则是通过提取出局部轮廓信息及灰度信息来设计具体的识别算法。1999 年 Lee 和 Seung 在《自然》期刊上提出的非负矩阵分解方法^[2,3](NMF)就是一种基于局部特征的分解方法^[4]。NMF 分解算法相较于传统的一些算法而言, 具有实现上的简便性、分解形式和分解结果上的可解释性, 以及占用存储空间少等诸多优点。人脸识别中的很多大规模人脸数据库需要通过矩阵形式进行有效处理, NMF 思想正好为处理大规模人脸图像提供了一种新的途径。

非负矩阵分解虽然已经被成功地应用于人脸识别^[5,6], 但是当执行大型数据库时, NMF 需要耗费相当大的计算代价, 因此怎样提高基于 NMF 方法的人脸识别的识别性能是一个非常有益的课题。文中在传统的 NMF 方法的基础上做了改进, 将非负矩阵分解得到的基矩阵正交化^[7]以及采用二维非负矩阵分解方法^[8]和对角非负矩阵分解^[9]。文中人脸数据库的实验结果证明, 以上三种改进方法能够有效地提高人脸图像识别的正确率。

1 NMF 算法

1.1 非负矩阵分解

给定一个大小为 $n \times m$ 非负矩阵 V , NMF 算法可以得到一个大小为 $n \times r$ 的非负矩阵 W 和一个大小为 $r \times m$ 的非负矩阵 H , 使得:

$$V \approx WH \quad (1)$$

式中, r 值的选择应确保 $(n+m)r < nm$, 得出的 WH 才是 V 中数据的压缩形式。

NMF 不允许 W 和 H 中有负数元素。正是该约束使得在用部分表示整体的过程中, 只有加法的运算而

收稿日期: 2007-02-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60663003); 宁夏自然科学基金资助项目(NZ0610)

作者简介: 高宏娟(1980-), 女, 宁夏人, 硕士研究生, 助教, 研究方向为图形图像与多媒体技术; 潘 晨, 教授, 研究方向为图形图像与模式识别。

没有减法的运算。这个特性反映了由部分构成整体最直观的感受。

1.2 NMF 的计算

算法中每次迭代 W 和 H 的新值由当前值乘以某个系数而得到,而这些系数取决于式(1)中的近似程度。按照这样的规则不断地迭代,可以确保 W 和 H 收敛到一个局部最优的矩阵分解。

迭代规则 1:

$$H_{ij} = H_{ij} \frac{(W^T V)_{ij}}{(W^T W H)_{ij}} \quad (2)$$

$$W_{ij} = W_{ij} \frac{(V H^T)_{ij}}{(W H H^T)_{ij}} \quad (3)$$

按照上述的规则不断地迭代,直到下式所示评价函数达到局部的最小:

$$F = \sum_i \sum_j (V_{ij} - (WH)_{ij})^2 \quad (4)$$

该评价函数定义为 V 与 WH 间的欧式距离,并用它来评价两者近似程度。

2 2DNMF 算法

NMF 和 2DNMF 两者之间的主要区别在于前者首先将图像排列为一维向量,然后用一组一维的基表示它们,而后者将图像看作二维矩阵并且用二维基数组表示。即 2DNMF 中,不把二维图像转换成相应的一维向量,直接把一幅图像看作是二维矩阵。2DNMF 方法包括列非负矩阵分解和行非负矩阵分解两大部分。

2.1 列非负矩阵分解

这里将大小为 $p \times q$ 的 m 幅图像用非负矩阵 $X = [A_1, A_2, \dots, A_m]$ 来表示, A_k 代表 M 幅人脸图像中的一幅。类似于 NMF, 2DNMF 算法首先找出一个大小为 $p \times d$ 的非负矩阵 L 和一个大小为 $d \times qm$ 的非负矩阵 H , 使得:

$$X \approx LH \quad (5)$$

L, H 分别为基矩阵和系数矩阵。将 H 分为 m 个 $d \times q$ 大小的子矩阵 $H = [H_1, H_2, \dots, H_m]$, H_k 是图像矩阵 A_k 的系数矩阵。因为 X 矩阵的每一列都对应着原始图像的每一列, 所以将 L 称为列基矩阵。第 K 幅图像 A_k 可以被表示成如下形式:

$$A_k \approx LH_k, k = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

列基 L 的获得采用的迭代规则类似于 NMF, 这里不再详细叙述。将计算列基 L 的步骤称为列非负矩阵分解。

2.2 行非负矩阵分解

构造一个新的 $d \times qm$ 大小的非负矩阵 $H^T = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_m^T]$ 。类似地, 找出一个大小为 $q \times g$ 的

非负矩阵 R 和一个大小为 $g \times dm$ 的非负矩阵 C , 使得:

$$H^T \approx RC \quad (7)$$

R, C 分别为基矩阵和系数矩阵。将 C 分为 m 个 $g \times d$ 大小的子矩阵 $C = [C_1, C_2, \dots, C_m]$, C_k 是图像矩阵 H_k^T 的系数矩阵。因为 H_k 矩阵的每一列都包含着原始图像的行信息, 所以将 L 称为行基矩阵。图像 H_k^T 可以被表示成如下形式:

$$H_k^T \approx RC_k^T, k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

行基 R 的获得采用的迭代规则类似于 NMF, 这里不再详细叙述。将计算行基 R 的步骤称为行非负矩阵分解。

获得了 $p \times d$ 大小的列基和 $q \times g$ 大小的行基。将式(8)代入式(6), 得到:

$$A_k \approx LC_k^T R^T, k = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

令 $L = [L_1, L_2, \dots, L_m]$, 则 2DNMF 的二维基定义为:

$$E_{ij} = L_i \cdot R_j^T (1 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq g) \quad (10)$$

3 对角非负矩阵分解算法

2DNMF 的投影向量仅仅反映了图像行变量之间的相关性, 忽略了图像列向量之间的相关性, 而这对图像识别非常有用。由于 2DNMF 这样的局限性, 使得图像识别很难获得更高的精度。在这样的背景下, 借鉴 Diagonal-PCA 算法^[9], 可以先将每个样本图像 A 进行对角化变换得到对角矩阵 B , 再对 B 进行非负矩阵分解。将这种新颖的方法称作对角非负矩阵分解 (DiaNMF), DiaNMF 在对象人脸图像中寻找最优的投影向量, 因此, 保留了图像行与列之间的相关性, 能够提取更多的结构信息。

2DNMF 可以被看作是基于行分解的 NMF, 因此 2DNMF 仅仅保留了图像行向量之间的相关信息, 而不能覆盖所有的结构信息 (比如人脸特征中的眼睛、鼻子等)。通过将原始的人脸图像转换为相应的对角人脸图像, 可以解决这一问题。因为经过转化的对角图像中的行(列)同时整合了原始图像中行和列的信息。通过行和列信息的关联, DiaNMF 可以使得对角线信息得以充分的利用, 从而更有效地识别原始图像。

假设有 M 个作为训练样本的人脸图像, 就意味着有 $m \times n$ 大小的矩阵 $A_k (k = 1, \dots, M)$ 。为每个训练的人脸图像定义相关的对角人脸图像如下:

1) 如果 m 等于或者小于 n , 使用图 1 描述的方法生成原始图像 A 的对象图像 B 。

2) 如果 m 大于 n , 使用图 2 描述的方法生成原始图像 A 的对象图像 B 。

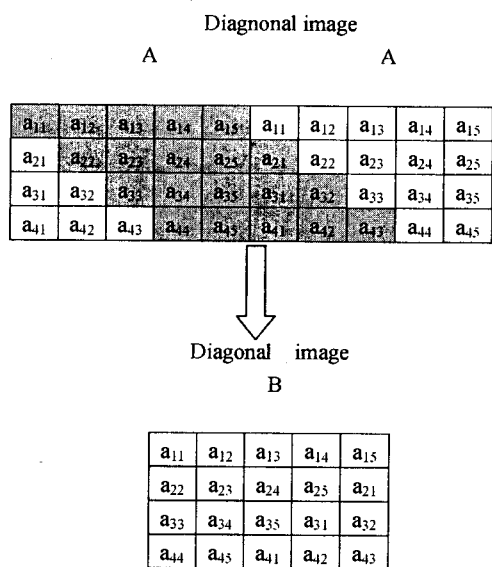


图 1 m 小于或者等于 n 时对角图像的生成

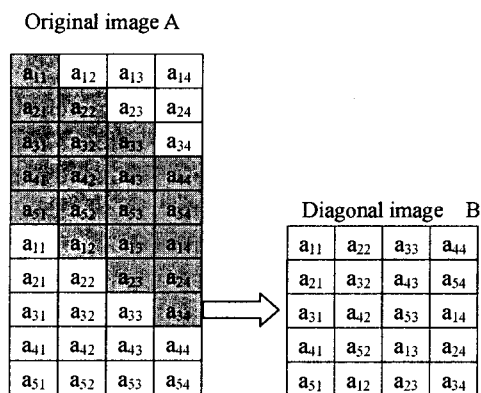


图 2 m 大于 n 时对角图像的生成

假设 n 不小于 m , 对每个作为训练样本的人脸图像 A_k , 使用图 1 描述的方法可以获得相应的对角图像 B_k , A_k 和 B_k 具有同样的大小。

4 基矩阵正交化

刘维湘^[7]提出了将 NMF 提取的基矩阵正交化策略:即先将非负矩阵分解得到的基正交化,然后用样本在这组基上的投影来作进一步分析。在利用最近邻法分类时,这样的处理能够提高分类精度。显然,这样的策略可以推广应用于二维 NMF 方法的图像识别。文中采取的正交化措施为:

$$L_o = \text{orth}(L), R_o = \text{orth}(R) \quad (11)$$

5 实验结果及分析

5.1 实验相关参数

为了测试改进的 NMF 算法的识别性能,在一个由 40×10 幅人脸图像组成的 ORL 标准人脸数据库上做了大量实验。在 NMF 和 2DNMF 中有两个参数需

要确定,一个是基矩阵 W 的列数 r ,另一个是在每个人的人脸图像中所选择的训练样本数 m 。

5.2 实验数据及分析

(1)NMF 方法和 2DNMF 方法的对比实验。设定 $m = 6$ (训练图像为每个人的前 6 幅图像,测试图像为每个人的后 4 幅图像), r 的值分别取 80、50、20, 得到对比数据如表 1 所示。

从表 1 中实验数据可以看出,2DNMF 比 NMF 具有更高的识别精度。并且,实验过程中,发现 2DNMF 具有比 1DNMF 计算速度快、内存占用少等优点,可以有效地提高人脸图像识别性能。

表 1 NMF 方法和 2DNMF 方法对比

识别精度 参 数	采用 NMF 方法识别率	采用 2DNMF 方法的识别率
$r = 80$	90%	94.37%
$r = 50$	89.38%	90.63%
$r = 20$	88.12%	90.63%

(2)NMF 方法和相关改进方法的对比实验。分别做以下二个改进实验:a. 将图像矩阵 A 转换为对角矩阵 \bar{A} , 然后采用 NMF 方法;b. 非负矩阵分解的过程中将基矩阵进行正交化。设定 $m = 6$, $r = 95、80、50、30$, 得到对比数据如表 2 所示。

表 2 NMF 方法和相关改进方法的对比

识别精度 参 数	NMF	a (NMF + 对角)	b (NMF + 正交)
$m = 6$ $r = 95$	90.63%	91.87%	96.25%
$m = 6$ $r = 80$	90.00%	90.00%	96.25%
$m = 6$ $r = 50$	88.75%	91.25%	95.63%
$m = 6$ $r = 30$	88.75%	89.38%	95.63%

从表 2 中实验数据可以看出,对矩阵进行变换得到对角信息后再进行分解能够提高识别正确率。尤其是对非负矩阵分解得到的基矩阵进行正交,识别精度幅度的提高更为明显。两种改进方法相比较,后者效果更佳。

(3)2DNMF 方法和相关改进方法的对比实验。类似于上一个实验,将 2DNMF 方法也采用同样的改进方法进行实验。假定 $m = 6$, $r = 80、50、30、20$, 得到对比数据如表 3 所示。

从表 3 中实验数据可以看出,对矩阵进行变换得到对角信息后再采用二维非负矩阵分解方法也能够提高识别正确率。尤其是对二维非负矩阵分解得到的基矩阵进行正交,识别精度幅度的提高更为明显。两种改

进方法相比较,后者效果更佳。

表 3 2DNMF 方法和相关改进方法的对比

识别精度 参 数	NMF	^a (NMF + 对角)	^b (NMF + 正交)
$m = 6$ $r = 80$	94.37%	94.37%	95.00%
$m = 6$ $r = 50$	90.63%	93.13%	95.00%
$m = 6$ $r = 30$	73.75%	93.75%	95.63%
$m = 6$ $r = 20$	90.63%	93.13%	95.63%

6 结 论

对基于非负矩阵分解的人脸识别方法进行改进,采用二维非负矩阵分解方法和对角非负矩阵分解方法进行人脸图像识别,并且提出在非负矩阵分解的基础上正交基矩阵来提高识别精度的方法。

实验结果表明,以上的改进算法可行,并且在一定程度上有效地提高了人脸图像识别的正确率。但是文中没有给出参数 r, m 的定量分析,这项工作有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Chellappa R. Human and machine recognition of faces: a survey[J]. Proceedings of IEEE, 1995, 83(5): 705 - 740.
- [2] Feng Tao, Li S Z, Shum Heung - Yeung, et al. Local non -

(上接第 59 页)

- [3] Pawlak Z. Rough sets[J]. Communication of the ACM, 1995, 38(11): 89 - 95.
- [4] 徐俊明. 计算机互连双环网络的最优设计[J]. 中国科学(E 辑), 1999, 29(3): 272 - 278.
- [5] Boesoh F T, Wang J F. Reliable circulant networks with mini-

(上接第 62 页)

IPv6“孤岛”之间进行通信,另一方面可以充分利用现有的 IPv4 资源,从而完成了 IPv4 向 IPv6 的平滑过渡。下一步工作是在现有双栈网络的基础上实现更多的 IPv6 接入,实现更多的 IPv6 应用,在 IPv6 安全及应用方面做进一步的研究。

参考文献:

- [1] Deering S, Hinden R. Internet Protocol Version 6 (IPv6) Specification[S/OL]. RFC2460. 1998 - 12. <http://www.ietf.org>.
- [2] Bradner S, Mankin A. The Recommendation for the IP Next

negative matrix factorization as a visual representation[C]// In: Proc. 2nd International Conference on Development and Learning. Cambridge: [s. n.], 2002: 1 - 6.

- [3] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non - negative matrix factorization[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001, 13: 556 - 562.
- [4] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non - negative matrix factorization[J]. Nature, 1999, 401: 788 - 791.
- [5] Guillaumet D, Bressan M, Vitria J. A weighted non - negative matrix factorization for local representations[C]// In: Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Kauai, HI: [s. n.], 2001: 942 - 947.
- [6] Guillaumet D, Vitria J. Non - negative matrix factorization for face recognition[J]. Lecture Notes on Artificial Intelligence, 2002, 504(2): 336 - 344.
- [7] 刘维湘. 非负矩阵分解及其应用[D]. 西安: 西安交通大学, 2005.
- [8] Zhang Daoqiang, Chen Songcan, Zhou Zhi - Hua. Two - dimensional non - negativematrix factorization for face representation and recognition[C]// In: Proceedings of the ICCV'05 Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures (AMFG'05). Beijing: [s. n.], 2005: 350 - 363.
- [9] Zhang Daoqiang, Zhou Zhi - Hua, Chen Songcan. Diagonal principal component analysis for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2006, 39(1): 140 - 142.

mum transmission delay[J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1985, 32: 1286 - 1291.

- [6] 刘焕平, 杨义先, 胡铭曾. 两类新的无向双环网络紧优无限族[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(1): 75 - 78.

Generation Protocol[S/OL]. RFC1752. 1995 - 01. <http://www.ietf.org>.

- [3] Durand A, Fasano P, Guardini I, et al. IPv6 Tunnel Broker[S]. RFC3053. 2001.
- [4] Carpenter B, Moore K. Connection of IPv6 Domains via IPv4 Clouds[S/OL]. RFC3056. 2001 - 02. <http://www.ietf.org>.
- [5] Templin F, Gleeson T, Talwar M, et al. Intra - Site Automatic Tunnel Addressing Protocol (ISATAP)[S/OL]. RFC4214. 2005 - 10. <http://www.ietf.org>.
- [6] Gilligan R, Nordmarke E. Transition Mechanisms for IPv6 Hosts and Routers[S/OL]. RFC2893. 2000 - 08. <http://www.ietf.org>.