

基于生成树的双环网络 $G(N;1,s)$ 直径求解算法

秦 飞, 刘 明, 汤红霞, 方木云

(安徽工业大学 计算机学院, 安徽 马鞍山 243002)

摘 要:对紧优双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径求解算法做了研究, 提出基于生成树的紧优双环网络 $G(N;1,s)$ 求解算法, 给出了双环网络的直径 $d(N;1,s)$ 公式, 对生成树的性质做了研究。利用 C# 作为编程语言来实现这一算法, 并对生成树的结构模型进行了仿真实现。验证了双环网络直径的分布特点: 具有最大值、最小值和中间对称性。对任意给定 N 而 $2 \leq s \leq N-1$ 的这样一系列双环网络中的所有的紧优双环网络都可以计算出来。该算法的时间复杂度为 $O(N)$ 。

关键词: 双环网络; 生成树; 紧优

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2007)11-0057-03

Algorithm for Calculating Tight Optimal Double-Loop Networks $G(N;1,s)$ Based on Span-Tree

QIN Fei, LIU Ming, TANG Hong-xia, FANG Mu-yun

(Department of Computer Science, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, China)

Abstract: The algorithm for calculating tight optimal double loop networks $G(N;1,s)$ were studied in this paper. A new method-based on span-tree is presented to calculate the diameter of double-loop networks $G(N;1,s)$. A simple formula for expressing $d(N;1,s)$ of this network is presented. Attributes of the intuitional model-span tree were studied. With C# as program, the algorithm was simulated, and the span tree models were given. The results verify that the diameter of such family of double-loop networks has such characters: maximum values, minimum values and symmetry. The tight optimal double-loop networks in such family, whose N was given randomly and s varied form 2 to $N-1$, can be calculated. The time complexity of this algorithm is $O(N)$.

Key words: double-loop networks; span tree; tight optimal

0 引 言

双环网络由于结构简单且其可靠性及容错性远优于单环网络而在计算机通信网、局域网以及各种大规模并行处理系统得到广泛应用, 是当前局域网络理论和应用中的一个重要的课题。其图论模型是指这样一个有向图 $G(N;1,s)$: 它的每个顶点记为 $0, 1, 2, \dots, n-1$, 并从每个顶点 i 发出两条有向边 $i \rightarrow i+1(\text{mod } N)$ 和 $i \rightarrow i+s(\text{mod } N)$, s 是自然数, 且 $1 < s < N$ 。记 $G(N;1,s)$ 的直径为 $d(N;1,s)$, 并记 $d(N) = \min(d(N;1,s); 1 < s < N)$ 。现在已知的 $d(N)$ 的一个下界是 $\text{lb}(N) = \lceil \sqrt{3N} \rceil - 2^{[1]}$, 这里 $\lceil X \rceil$ 表示不小于 X 的最小整数。设 Z 是非负整数集合, 对于 k 属于 Z , 若 $d(N;1,s) = d(N) = \text{lb}(N) + k$, 则称 $G(N;1,$

$s)$ 为 k 紧优。一个双环网 $G(N;1,s)$ 称为最优的 (optimal), 如果 $d(N;1,s) = d(N)$ 。

双环网络尽管结构简单, 但仍有许多问题尚待解决, 一类受到关注的问题是双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径 $d(N)$ 的计算。对于双环网络的直径求解, 现有的文献 [1~6] 大多以 L 形瓦的直径公式为基础。文中从双环网络的拓扑结构——图的生成树的角度研究双环网络的直径。提出新的直径求解算法——基于生成树的 $G(N;1,s)$ 的直径 $d(N;1,s)$ 求解算法。并得到一个直观的模型——生成树。

1 现有的直径求解算法

为求双环网络的直径 $d(N;1,s)$, 文献 [1] 中提出下述几何构图: 把 Euclid 平面上第一象限的所有格点排成序列 $(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), \dots, (k,0), (k-i, i), \dots, (1, k-1), (0, k), \dots$ 每个格点用以为左下角的单位方格代表, 并依次在每一方格 (x, y) 处安置数 $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, 其中 $k \equiv xl$

收稿日期: 2007-01-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60473142)

作者简介: 秦 飞 (1974-), 男, 安徽马鞍山人, 硕士研究生, 研究方向为软件工程、信息系统和数据库; 方木云, 副教授, 研究方向为软件工程、软件度量及软件可靠性。

+ ys(mod N)。如在此之前数 k 已经出现过,则空出此格,考察下一格,直到数 0,1,⋯,N-1 都出现为止。易知:若数 k 位于方格(x,y)处,则 G(N;1,s)中从节点 0 到节点 k 的距离是 x+y,已证明,由 G(N;1,s)所确定的 N 个方格组成的构图如图 1 所示的 L 形区域。

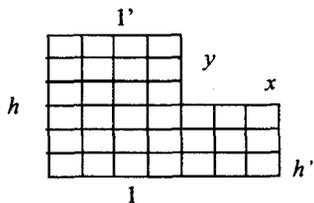


图 1 由 G(N;1,s) 确定的 L 形瓦

这个 L 形区域称为具有参数(1,h,x,y)的一个 L 形瓦,其直径 $\tilde{d}(L(N;1,h,x,y)) = \max\{h+1'-2, 1+h'-2\}$,再记面积为 N 的所有 L 形瓦中直径的最小值为 $\tilde{d}(N)$,由 G(N;1,s) 确定的 L 形瓦记为 L(G(N;1,s))。

根据各符号的定义可知 $d(N;s) = d(L(G(N;1,s)))$, $d(N) \geq \tilde{d}(N)^{[1]}$ 。可以看出将双环网络的直径求解问题转化为 L 形瓦的直径求解问题。

文献[2,6]中给出双环网络直径的另一个定量表达式: $d(N;1,s) = \max_{0 \leq u \leq N} \min\{x+y : x+ys \equiv u \pmod{N}\}$, x+y 为非负整数。对给定的 G(N;1,s),令

$$\begin{cases} k_1 = \min\{k : j = ks \pmod{N}, \\ k \geq j, 1 \leq k \leq N-1\} \\ j_1 = k_1 s \pmod{N} \\ j_2 = \min\{j : j = ks \pmod{N}, \\ j > k, 1 \leq k \leq N-1\} \\ k_2 = \min\{k : j_2 = ks \pmod{N}, \\ k > 0\} \end{cases}$$

双环网络直径 $d(N;1,s) = \max\{k_1 - k_2 + j_2 - 2, j_2 - j_1 + k_1 - 2\}$ 。

2 双环网络 G(N;1,s) 生成树的构造

双环网络 G(N;1,s) 是一个有向图,特点是对称的,将其结点分别记为 0,1,2,⋯,N-1。双环网络 G(N;1,s) 的生成树 $T_G(N;1,s)$ 选结点 i 作为根结点,发出两条有向边 $i \rightarrow i+1 \pmod{N}$ 和 $i \rightarrow i+s \pmod{N}$,分别记为 [+1] 边和 [+s] 边,去访问其他结点,固定 [+1] 边(或 [+s]) 优先,依次将各个结点 i+1(mod N) 和结点 i+s(mod N) 作为 i 的左孩子和右孩子结点加入到树中,再分别以 i 的孩子结点为父结点,寻找它们的孩子结点,以此循环,直到最后一个结点加入到树中(在加入结点的过程中,要求该结点尚

未加入到树中)。因为双环网络的对称性,不妨以结点 0 为根结点。为清楚说明,举例如图 2 所示。

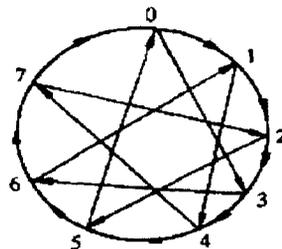
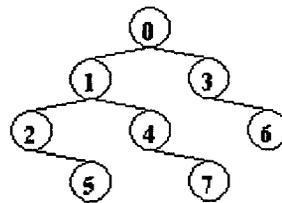


图 2 G(8;1,3)

第一步,取结点 0 为根结点;第二步,将结点 1,3 作为 0 的左右孩子加入到树中;第三步,将结点 2,4 作为 1 的两个孩子加入树中,将结点 4,6 作为结点 3 的两个孩子加入树中,而此时,由于结点 4 已经作为结点 1 的右孩子加入到树中了,那么就将结点 3 的左孩子置为空,再以结点 2,4,6 为父亲结点,依次寻找各自的孩子,依此类推,循环下去,直到最后一个结点加入到树中。生成的树如图 3 所示。



N=8; S=3; 直径=3

图 3 G(8;1,3) 生成树

由树的生成不难得出:

性质 1: 结点 k 到根结点 0 路径长度即为 0 到 k 的最短距离。

性质 2: 双环网络 G(N;1,s) 的直径 $d(N;1,s)$ 为树的高度 h-1;

证明: 算法中每个结点都是以最先访问它的结点为父结点,从而保证了每一个结点父结点的距离最短,从而到根结点的距离最短。因而,树的最底层必然是到根结点距离最远的结点序列。设树的高度为 h,由双环网络的直径的定义可得: $d(N;1,s) = h$ 。

3 基于 G(N;1,s) 生成树的直径 d(N;1,s) 求解算法

算法首先从结点 0 出发,生成树的根结点,发出两条边访问图中的相应结点,依次生成左右孩子,然后分别从这些孩子结点出发依次生成它们的孩子结点,记录下孩子结点到根结点的,并使“先生成的结点的孩子结点”先于“后生成的结点的孩子结点”被生成。直至图中所有的结点都被加入到树中。具体描述为:

步骤一:初始化,生成 N 个结点和给定的 s , 建立一临时队列。结点的结构为:

```
class Node
{
    int pathlength; // 该结点到根结点的路径长度;
    int key; // 结点编号;
    Node leftChild; // 左孩子结点;
    Node rightChild; // 右孩子结点
}
```

置每个结点的路径长度为 -1;

步骤二:访问结点 0 点,将其路径长度置为 0;将结点 0 进队列;

步骤三:从队列中取一个结点,发出两条路径 $i \rightarrow i + 1(\text{mod } N)$ 和 $i \rightarrow i + s(\text{mod } N)$ 去访问其它点,如果被访问的结点路径长度为 -1,标记其路径长度为 i 的路径长度 + 1,将其链接为 i 的相应的孩子结点,并将其进队列;否则,记 i 的相应的孩子结点为空。

步骤四:重复步骤三,直至队列为空队列。

步骤五:输出最后出队列的结点的路径长度,即为 $G(N;1,s)$ 的直径,绘出树结构,程序终止。

4 双环网络 $G(N;1,s)$ 直径部分计算结果

对任何 N ,本程序可以在有限时间内计算出其一系列的直径,绘出相应的生成树模型(黑斜体表示是紧优),并得出是否存在使 G 紧优或几乎紧优的 s 值,限于篇幅这里只展示其中一部分。

1) $N = 8$ 时,直径分布图与生成树如图 4 所示。

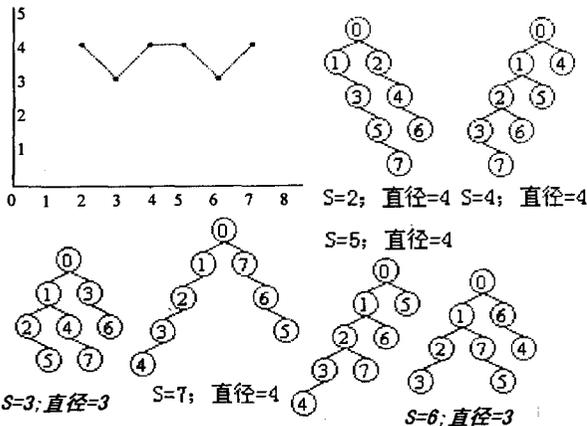


图 4 $N = 8$ 时的直径分布与生成树

2) $N = 10$ 时,直径分布图与生成树如图 5 所示。

3) $N = 11$ 时,直径分布图与生成树如图 6 所示。

从计算结果不难得出如下结论:

(1) 双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径存在最大值,当 N 为奇数时,直径 $d(N;1,s)$ 在 $s = 2, s = (N + 1)/2$ 和 $s = N - 1$ 处取得最大值 $(N - 1)/2$;当 N 为偶数时,直径 $d(N;1,s)$ 在 $s = 2, s = N/2, s = (N +$

$1)/2$ 和 $s = N - 1$ 取得最大值 $N/2$ 。

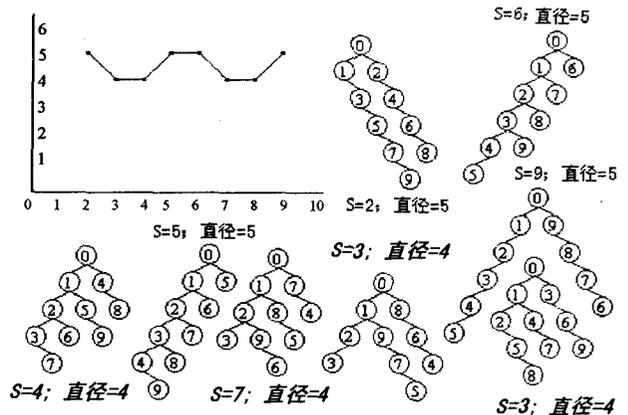


图 5 $N = 10$ 直径分布与生成树

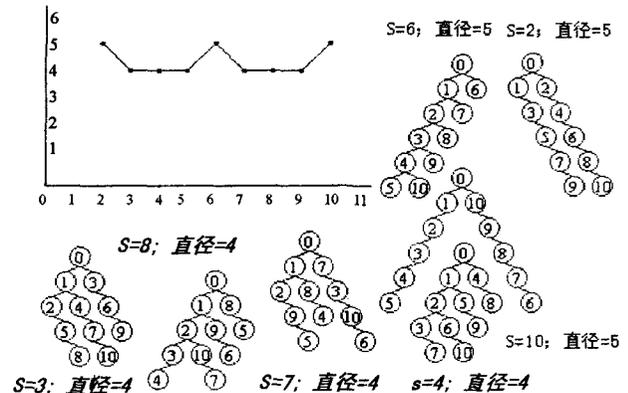


图 6 $N = 11$ 直径分布与生成树(部分)

(2) 双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径以 $s = N/2$ 为轴对称分布,对于任何 $s_1, s_2 (s_1 < N/2 < s_2)$ 当 $N/2 - s_1 = s_2 - N/2, d(N;1,s_1) = d(N;1,s_2)$ 。因而,对于任何 N, k 紧优的双环网络 $G(N;1,s)$ 总是成对出现。

5 总结

文中提出新的双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径求解法——生成树法,给出了基于树的双环网络 $G(N;1,s)$ 的直径公式。并利用 C# 语言成功实现了该算法。通过该方法,不仅可以在有限的时间内求出 $G(N;1,s)$ 的所有直径,并且能够直观得到任意两点间一条最短路径。为设计和研究提供便利。算法的时间复杂度为 $O(N)$ 。

参考文献:

[1] 李 乔,徐俊明,张忠良.最优双环网络的限族[J].中国科学(A辑),1993,23(9):979-992.
 [2] 刘焕平,杨义先,胡铭曾.最优双环网的构造[J].系统工程理论与实践,2001,21(12):72-75.

进方法相比较,后者效果更佳。

表 3 2DNMF 方法和相关改进方法的对比

识别精度 参数	NMF	a (NMF + 对角)	b (NMF + 正交)
$m = 6$ $r = 80$	94.37%	94.37%	95.00%
$m = 6$ $r = 50$	90.63%	93.13%	95.00%
$m = 6$ $r = 30$	73.75%	93.75%	95.63%
$m = 6$ $r = 20$	90.63%	93.13%	95.63%

6 结 论

对基于非负矩阵分解的人脸识别方法进行改进,采用二维非负矩阵分解方法和对角非负矩阵分解方法进行人脸图像识别,并且提出在非负矩阵分解的基础上正交基矩阵来提高识别精度的方法。

实验结果表明,以上的改进算法可行,并且在一定程度上有效地提高了人脸图像识别的正确率。但是文中没有给出参数 r, m 的定量分析,这项工作有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Chellappa R. Human and machine recognition of faces: a survey[J]. Proceedings of IEEE, 1995, 83(5): 705 - 740.
- [2] Feng Tao, Li S Z, Shum Heung - Yeung, et al. Local non -

(上接第 59 页)

- [3] Pawlak Z. Rough sets[J]. Communication of the ACM, 1995, 38(11): 89 - 95.
- [4] 徐俊明. 计算机互连双环网络的最优设计[J]. 中国科学(E 辑), 1999, 29(3): 272 - 278.
- [5] Boesoh F T, Wang J F. Reliable circulant networks with mini-

(上接第 62 页)

IPv6“孤岛”之间进行通信,另一方面可以充分利用现有的 IPv4 资源,从而完成了 IPv4 向 IPv6 的平滑过渡。下一步工作是在现有双栈网络的基础上实现更多的 IPv6 接入,实现更多的 IPv6 应用,在 IPv6 安全及应用方面做进一步的研究。

参考文献:

- [1] Deering S, Hinden R. Internet Protocol Version 6 (IPv6) Specification[S/OL]. RFC2460. 1998 - 12. <http://www.ietf.org>.
- [2] Bradner S, Mankin A. The Recommendation for the IP Next

negative matrix factorization as a visual representation[C]// In: Proc. 2nd International Conference on Development and Learning. Cambridge: [s. n.], 2002: 1 - 6.

- [3] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non - negative matrix factorization[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001, 13: 556 - 562.
- [4] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non - negative matrix factorization[J]. Nature, 1999, 401: 788 - 791.
- [5] Guillaumet D, Bressan M, Vitria J. A weighted non - negative matrix factorization for local representations[C]// In: Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Kauai, HI: [s. n.], 2001: 942 - 947.
- [6] Guillaumet D, Vitria J. Non - negative matrix factorization for face recognition[J]. Lecture Notes on Artificial Intelligence, 2002, 504(2): 336 - 344.
- [7] 刘维湘. 非负矩阵分解及其应用[D]. 西安: 西安交通大学, 2005.
- [8] Zhang Daoqiang, Chen Songcan, Zhou Zhi - Hua. Two - dimensional non - negativematrix factorization for face representation and recognition[C]// In: Proceedings of the ICCV'05 Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures (AMFG'05). Beijing: [s. n.], 2005: 350 - 363.
- [9] Zhang Daoqiang, Zhou Zhi - Hua, Chen Songcan. Diagonal principal component analysis for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2006, 39(1): 140 - 142.

mum transmission delay[J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1985, 32: 1286 - 1291.

- [6] 刘焕平, 杨义先, 胡铭曾. 两类新的无向双环网络紧优无限族[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(1): 75 - 78.

Generation Protocol[S/OL]. RFC1752. 1995 - 01. <http://www.ietf.org>.

- [3] Durand A, Fasano P, Guardini I, et al. IPv6 Tunnel Broker[S]. RFC3053. 2001.
- [4] Carpenter B, Moore K. Connection of IPv6 Domains via IPv4 Clouds[S/OL]. RFC3056. 2001 - 02. <http://www.ietf.org>.
- [5] Templin F, Gleeson T, Talwar M, et al. Intra - Site Automatic Tunnel Addressing Protocol (ISATAP)[S/OL]. RFC4214. 2005 - 10. <http://www.ietf.org>.
- [6] Gilligan R, Nordmarke E. Transition Mechanisms for IPv6 Hosts and Routers[S/OL]. RFC2893. 2000 - 08. <http://www.ietf.org>.