

双环网络  $G(N; r, s)$  生成树的研究

刘明, 秦飞, 汤红霞, 方木云

(安徽工业大学 计算机学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 利用最小生成树对非单位步长的双环网络  $G(N; r, s)$  进行研究, 并借助 C# 编程语言提出仿真算法。对任意给定的  $N, 1 \leq r \neq s < N$ , 可以得出所有紧优的双环网络  $G(N; r, s)$ 。仿真结果证明对于双环网络  $G(N; r, s)$ , 在  $r = 1$  时, 双环网络的直径  $d(N; 1, s)$  以  $s$  的中心对称分布; 在  $r \neq 1$  的情况下, 有许多  $r, s$  可以使  $G(N; r, s)$  达到紧优; 双环网络的最小生成树不包含三层以上的满二叉树。

**关键词:** 双环网络; 仿真; 紧优; 生成树

**中图分类号:** TP311

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2007)10-0046-04

Research on Minimum Cost Spanning Tree of  
Double-Loop Networks  $G(N; r, s)$ 

LIU Ming, QIN Fei, TANG Hong-xia, FANG Mu-yun

(Dept. of Computer Science, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China)

**Abstract:** Using minimum cost spanning tree to research non-step double-loop networks  $G(N; r, s)$ , and a simulation algorithm is presented which make use of C sharp as programming language. All tight optimal double-loop networks  $G(N; r, s)$  can be calculated for  $N$  is given random and  $1 \leq r \neq s < N$ . The result of simulation prove that for double-loop networks  $G(N; r, s)$ , the diameter  $d(N; 1, s)$  distribute by the centrality of parameter  $s$  in the case of  $r = 1$  and many parameters  $r, s$  make  $G(N; r, s)$  tight optimal in the case of parameter  $r \neq 1$ ; the minimum cost spanning tree of double-loop networks don't contain full binary tree which beyond three level.

**Key words:** double-loop networks; simulation; tight optimal; minimum cost spanning tree

## 0 引言

双环网络是计算机互连网、大规模并行处理系统和通讯系统的一类重要拓扑结构。在一个多处理器环境中, 双环网络的紧优性代表了处理器之间的通讯延时(在计算机互连网环境中, 代表了计算机之间的通讯延时), 一直得到了广泛的关注。一个双环网络记为  $G(N; r, s)$ , 其图论模型是一个有着  $N$  个结点  $(0, 1, \dots, N-1)$  的有向图, 并从每个结点  $i$  发出两条有向边  $i \rightarrow i+r \pmod{N}$  和  $i \rightarrow i+s \pmod{N}$ 。其中  $r, s$  是自然数且  $1 \leq r \neq s < N$ 。双环网络  $G(N; r, s)$  的直径是指任意结点对之间的最短距离的最大者, 记双环网络  $G(N; r, s)$  的直径为  $d(N; r, s)$ , 并记  $d_1(N) = \min\{d(N; 1, s) : 1 \leq s < N\}$ ,  $d(N) = \min\{d(N;$

$r, s) : 1 \leq r \neq s < N\}$ 。显然,  $d_1(N) \geq d(N)$ 。若  $d_1(N) > d(N)$ , 则  $d(N)$  不可能在  $r = 1$  时达到, 这样的  $N$  被称为奇异的<sup>[1]</sup>。1974年, Wong 和 Coppersmith<sup>[2]</sup>就证明了  $d_1(N)$  的下界:  $\text{lb}(N) = \lceil \sqrt{3N} \rceil - 2$ , 这里  $\lceil X \rceil$  表示不小于  $X$  的最小整数。1987年, Fiol 等人<sup>[3]</sup>证明了上述下界对于一般的双环网络  $G(N; r, s)$  仍然成立, 即  $d(N) \geq \lceil \sqrt{3N} \rceil - 2$ 。

设  $Z$  是非负整数集合, 对于  $k \in Z$ , 若  $d(N; r, s) = d_1(N) = \text{lb}(N) + k$ , 则称  $G(N; r, s)$  为  $k$  紧优。寻找紧优(或  $k$  紧优)双环网络的无限族  $\{N(t) : t \in Z, t \geq t_0\}$ , 对任何  $t \geq t_0$ , 都存在  $s(t)$  使得  $G(N(t); s(t))$  为紧优(或  $k$  紧优)的一直被广泛地关注。1993年, 李乔等人提出研究下述问题: 不含  $k$  ( $0 \leq k \leq 1$ ) 紧优双环网络的无限族<sup>[4]</sup>。1999年, 徐俊明给出两个不含  $k$  ( $0 \leq k \leq 1$ ) 紧优双环网络的无限族<sup>[5]</sup>; 2003年, 徐俊明等人又给出一个不含  $k$  ( $0 \leq k \leq 3$ ) 紧优双环网络的无限族<sup>[6]</sup>。刘焕平等人提出两个最优双环网络的构造算法<sup>[7,8]</sup>, 台湾学者 C. Y. Chen 专门研究双环网

收稿日期: 2007-01-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60473142)

作者简介: 刘明(1976-), 男, 安徽马鞍山人, 硕士研究生, 研究方向为软件工程、信息系统和数据库; 方木云, 副教授, 研究方向为软件工程、软件度量及软件可靠性。

络  $G(N;1,s)$  的等价  $L$  形瓦存在性等问题<sup>[9,10]</sup>,1999 年,徐俊明给出了双环网络  $G(N;r,s)$  的  $L$  形瓦构造算法<sup>[11]</sup>,2005 年,方木云提出了双环网络  $G(N;r,s)$  的  $L$  形瓦的仿真算法<sup>[11]</sup>。从现有文献可以看出,主要是采用数学方法来研究双环网络,大量的研究集中于寻找紧优(或  $k$  紧优)双环网络的无限族  $\{N(t):t \in \mathbb{Z}, t \geq t_0\}$  上,而寻找紧优(或  $k$  紧优)双环网络往往是通过研究其等价的  $L$  形瓦来进行的。对于一个双环网络  $G(N;r,s)$ ,任意给定的  $N$ ,怎么样选取  $r,s$  使  $G(N;r,s)$  有最小直径,文献[11] 利用计算机给出了双环网络  $G(N;1,s)$  的  $L$  形瓦仿真算法求解紧优双环网络,文献[12] 又给出了一般双环网络  $G(N;r,s)$  的  $L$  形瓦仿真算法。

但从求解紧优双环网络来看,主要是在有向图这一拓扑结构中寻找最短路径,因此对于一个双环网络  $G(N;r,s)$  来说,一个紧优解等价于这个有向图的一个最小生成树,最小生成树的树高就是该紧优双环网络的直径。

文中主要研究了以下问题:

- 1) 任给  $N, 1 \leq r \neq s < N$ , 寻找双环网络  $G(N;r,s)$  的紧优解(即参数  $r,s$ )。
- 2) 对于每个紧优解,绘制对应的最小生成树。
- 3) 分析双环网络  $G(N;r,s)$  紧优解分布特点。

## 1 双环网络 $G(N;r,s)$ 的直径和最小生成树的定义

双环网络  $G(N;r,s)$  的直径记为  $d(N;r,s)$ ,是指  $N$  个结点中任意结点对之间的最短距离的最大者。设  $d(i,j)$  为从结点  $i$  到结点  $j$  的最短路径长度,可知:  $d(N;r,s) = \min\{d(i,j); 0 \leq i,j \leq N-1, i \neq j\}$ , 由于双环网络  $G(N;r,s)$  是对称的,所以只要求结点 0 到其他结点的距离最短路径的最大者,即:  $d(N;r,s) = \min\{d(0,j), 1 \leq j \leq N-1\}$ 。利用生成树的定义,将结点 0 作为树的根结点,从结点 0 发出的两条边  $i \rightarrow i+r(\text{mod } N)$  和  $i \rightarrow i+s(\text{mod } N)$  所到达的结点作为树的第二层结点,其中  $i+r(\text{mod } N)$  所到达的结点作为根结点的左孩子,  $i+s(\text{mod } N)$  所到达的结点作为根结点的右孩子,再从树的第二层结点出发构建树的第三层结点,以此类推直到整个树构建完毕或是某些结点不可达(双环网络  $G(N;r,s)$  不存在有限直径)。由生成树的构建可知,生成树的树高就是对应于参数为  $r,s$  的双环网络  $G(N;r,s)$  的直径。对于一个任意的  $N$ ,参数  $1 \leq r \neq s < N$ ,双环网络  $G(N;r,s)$  的直径(生成树的树高)达到下界的,即为双环网络  $G(N;r,s)$  的一个紧优解。由此可将求解双

环网络  $G(N;r,s)$  的直径问题转化为最小生成树的构建问题。

## 2 双环网络 $G(N;r,s)$ 最小生成树的算法描述

算法描述:

- 1) 初始化,生成  $N$  个结点和结点初始状态(未访问),并计算双环网络的直径下界  $d(N) = \lceil \sqrt{3N} \rceil - 2$ 。
- 2)  $r$  从 1 到  $N-1$  循环,  $s$  从 2 到  $N-1$  循环且  $r \neq s$ ,从结点 0 出发(标记结点 0 已访问),按照  $i \rightarrow i+r(\text{mod } N)$  和  $i \rightarrow i+s(\text{mod } N)$  去访问结点。
- 3) 若该结点未被访问:① 该结点由  $i \rightarrow i+r(\text{mod } N)$  到达的,则该结点作为其父结点的左孩子;② 该结点由  $i \rightarrow i+s(\text{mod } N)$  到达的,则该结点作为其父结点的右孩子。然后标记该结点已访问。
- 4) 若该结点已被访问,则对生成树进行剪枝(放弃当前访问路径)。
- 5) 退出循环,对双环网络的直径(生成树的树高)达到下界的树进行绘制输出。

对于任意给定的  $N$ ,上述算法能在有限时间内求出双环网络  $G(N;r,s)$  的紧优解,并给出参数  $r,s$  在  $1 \leq r \neq s < N$  内的紧优解分布图,同时绘制紧优解对应的最小生成树。对于局域网和并行结构的设计者来说,可以提供相应的解决方案。

## 3 算法实例

使用面向对象的 C# 编程语言来实现。利用数组来表示双环网络  $G(N;r,s)$  的结点和状态,对存在有限直径的双环网络用静态链表来存储它的生成树。在这里限于篇幅,给出  $N=8$  时双环网络的全部紧优解和最小生成树(如图 1~图 3 所示),  $N=40$  时给出双

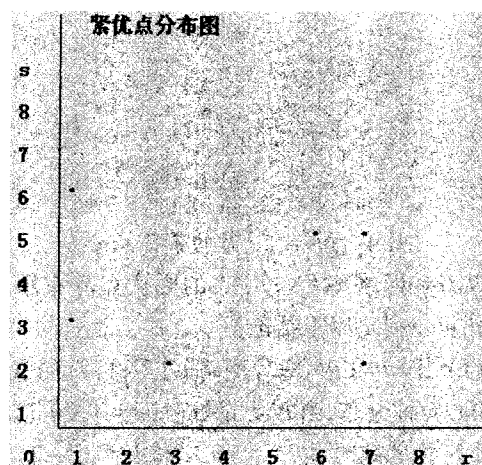


图 1  $N=8$  时的紧优点分布

	K_Optimal	r	s	Diameter
▶	紧优	1	3	3
	紧优	1	6	3
	紧优	3	2	3
	紧优	6	5	3
	紧优	7	2	3
	紧优	7	5	3
	1_紧优	1	2	4
	1_紧优	1	4	4
	1_紧优	1	5	4
	1_紧优	1	7	4
	1_紧优	4	3	4
	1_紧优	5	2	4

图 2  $N = 8$  时的  $K$  紧优解

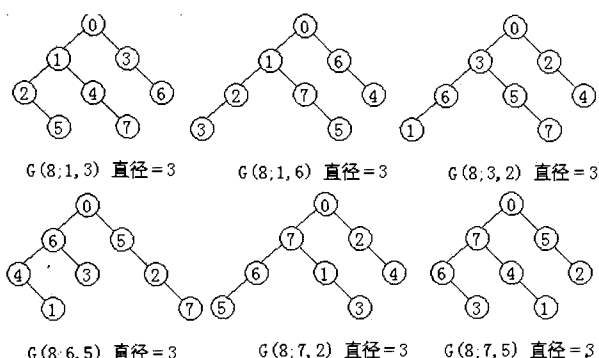


图 3  $N = 8$  时的  $G(8;r,s)$  最小生成树

环网络  $G(N;r,s)$  的紧优点分布图(如图 4、图 5 所示)。

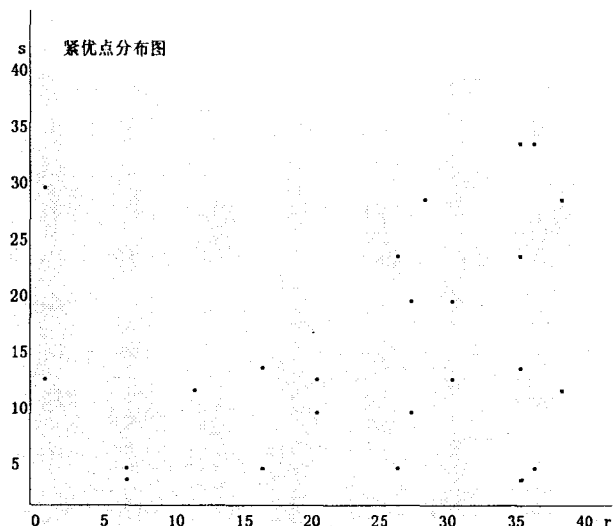


图 4  $N = 40$  时的紧优点分布

从双环网络  $G(N;r,s)$  的紧优点分布图和最小生成树可以得出以下结论:

(1) 当  $r = 1$  时,双环网络  $G(N;1,s)$  的紧优点以  $s$  的中心对称分布;当  $N$  为奇数时,  $s = (N+1)/2$  是中心;当  $N$  为偶数时,以  $s = N/2$  和  $s = (N/2)$  两点为中心;

	K_Optimal	r	s	Diameter
▶	紧优	1	12	9
	紧优	1	29	9
	紧优	7	3	9
	紧优	7	4	9
	紧优	12	11	9
	紧优	17	4	9
	紧优	17	13	9
	紧优	21	9	9
	紧优	21	12	9
	紧优	27	4	9
	紧优	27	23	9
	紧优	28	9	9
	紧优	28	19	9
	紧优	29	28	9
	紧优	31	12	9
	紧优	31	19	9
	紧优	36	3	9
	紧优	36	13	9
	紧优	36	23	9
	紧优	36	33	9

图 5  $N = 40$  时的  $K$  紧优解

(2) 当  $r = 1$  时,对任何的  $s_1 + s_2 = N + 1$ ,有  $d(N;1,s_1) = d(N;1,s_2)$ ,因此对于任何的  $N$ ,其紧优、几乎紧优和  $k$  紧优是成对出现的,这是由双环网络自身的对称性所决定的。

(3) 对于双环网络  $G(N;r,s)$  在  $r \neq 1$  时,存在着大量的紧优解且大量的紧优解在紧优点分布图中位于右下脚的三角区域,这为局域网和并行结构的设计者提供了大量的可供选择的最优方案。

(4) 在双环网络  $G(N;r,s)$  的最小生成树的所有子树中,不存在 2 层以上的满二叉树。

证明:假设在双环网络  $G(N;r,s)$  的最小生成树的所有子树中存在一个三层的满二叉树,按照双环网络生成树的定义,如图 6 所示。

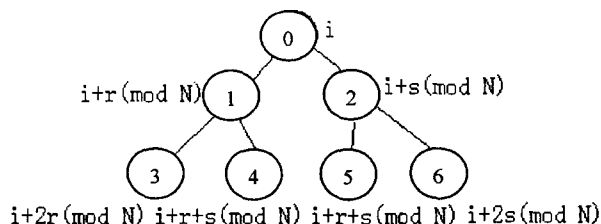


图 6 假设存在的三层的满二叉树

由上述图可见,结点 4 和结点 5 是所访问的同一个结点。由双环网络  $G(N;r,s)$  最小生成树的算法描述 (4) 可知,结点 5 被剪枝,故在双环网络  $G(N;r,s)$  的最小生成树的所有子树中不存在三层的满二叉树。

(5) 最小生成树的高度就是双环网络  $G(N;r,s)$  的紧优解的直径,即按照公式  $i \rightarrow i + r(\text{mod } N)$  和  $i$

$\rightarrow i + s(\text{mod } N)$ , 任意两结点之间的最短路径。

#### 4 总结和展望

大量的文献是通过数学方法以及与其等价的  $L$  形瓦来进行研究双环网络的, 文中根据双环网络  $G(N;r,s)$  的性质, 采用生成树来研究紧优双环网络及其性质, 并运用 C# 编程语言实现了双环网络  $G(N;r,s)$  的最小生成树的算法, 利用该程序, 对任意给定的  $N$ , 可以计算双环网络  $G(N;r,s)$  的紧优解, 并研究其紧优点的分布特点和相应的最小生成树特性。

寻找紧优和几乎紧优是双环网络的研究重点, 如何在双环网络的最小生成树上进一步研究紧优双环网的特性是今后值得研究的方向。

#### 参考文献:

- [1] 徐俊明. 计算机互连双环网络的最优设计[J]. 中国科学: E 辑, 1999, 29(3): 272 - 278.
- [2] Wong G K, Coppersmith D. A combinatorial problem related to multimodule memory organization[J]. J Assoc for Comput Mach, 1974, 21: 392 - 401.
- [3] Fiol M A, Yebra J L, Alegre I, et al. A discrete optimization

(上接第 42 页)

VTD 解析, 它的速度和性能都明显优于前两者。在此基础上, 提出了一种分类处理 XML 数据的方案。

#### 参考文献:

- [1] Geer D. Will Binary XML Speed Network Traffic[J]. IEEE Computer Society, 2005, 38(4): 16 - 18.
- [2] Skonnard A, Gudgin M. XML 精要——快速参考手册[M].

(上接第 45 页)

果质量有了较大的提高。通过对实验结果的分析, 注意到启发式系统对结构依赖较大, 当两个本体的结构相似时, 规则的使用能较好地提高匹配质量。

#### 4 结束语

介绍一个新的半自动的启发式本体匹配框架的设计和实现。已获得的实验数据证明系统是成功的。在今后的工作中, 考虑: 1) 引进机器学习的方法来确定启发式规则的权值参数; 2) 提高系统的通用性和效率。

#### 参考文献:

- [1] Castano, Silvana, Antonellis, et al. Global viewing of hetero-

problem in local networks and data alignment[J]. IEEE Trans Comput, 1987, 36: 702 - 713.

- [4] 李 乔, 徐俊明, 张忠良. 最优双环网络的无限族[J]. 中国科学: A 辑, 1993, 23(9): 979 - 992.
- [5] 徐俊明. 不含紧优和几乎紧优双环网络无限族[J]. 科学通报, 1999, 44(5): 486 - 490.
- [6] 徐俊明, 刘 琦. 一类 4 紧优双环网无限族[J]. 中国科学: A 辑, 2003, 33(1): 71 - 74.
- [7] 刘焕平, 杨义先, 胡铭曾. 最优双环网的构造[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(12): 72 - 75.
- [8] 刘焕平, 杨义先, 杨放春. 双环网  $G(N; S_1, S_2)$  的直径[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(2): 58 - 61.
- [9] Chen C Y, Hwang F K. Equivalent nondegenerate  $L$ -shapes of double-loop networks[J]. Networks, 2000, 36: 118 - 125.
- [10] Chen C Y, Hwang F K. Equivalent  $L$ -shapes of double-loop networks for the degenerate case[J]. Journal of Interconnection Networks, 2000, 1: 47 - 60.
- [11] 方木云. 双环网络  $G(N;r,s)$  的 L 形瓦仿真算法[J]. 系统仿真学报, 2005(4): 914 - 916.
- [12] 方木云, 赵保华, 屈玉贵. 非单位步长双环网络  $G(N;r,s)$  的 L 形瓦仿真算法[J]. 系统仿真学报, 2006(10): 2963 - 2965.

牛 韬, 英 宇译. 北京: 人民邮电出版社, 2002.

- [3] Morrison M. XML 揭秘——入门、应用、精通[M]. 陆新年, 陆新宇译. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [4] Zhang J. Better, Faster XML Processing with VTD-XML [EB/OL]. 2004. <http://www.devx.com/xml/Article/22219>.
- [5] Zhang Jimmy. XML on a Chip[EB/OL]. 2005. <http://www.xml.com/pub/a/2005/03/09/chip.html>.

geneous data sources[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2001, 13(2): 277 - 297.

- [2] Tang Jie, Liang Bangyong, Li Juanzi. Multiple Strategies Detection in Ontology Mapping[C]// In: Proceedings of the 14th International World Wide Web Conference (WWW'2005). Chiba, Japan: [s. n.], 2005: 992 - 993.
- [3] Jian N, Hu W, Cheng G, et al. Falcon-AO: Aligning Ontologies with Falcon[C]// K-Cap 2005 Workshop on Integrating Ontologies. Banff, Canada: [s. n.], 2005.
- [4] Avesani P, Giunchiglia F, Yatskevich M. A Large Scale Taxonomy Mapping Evaluation[C]// In: ISWC 2005, LNCS 3729. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005: 67 - 81.
- [5] Fellbaum C. WordNet: An electronic lexical database[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.