第17卷 第9期
2007年9月

计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT

Vol.17 No.9
Sep. 2007

分形理论及在信号处理中的应用

贾丽会[1,2],张修如[1]

(1.中南大学 信息科学与工程学院,湖南 长沙 410075;
2.中南林业科技大学 计算机科学学院,湖南 长沙 410004)

摘　要:分形理论是描述非线性系统中不规则的几何形体的有效工具,应用领域十分广泛。描述了分形的概念、分形的基本特性、分形维数及其常见的分形维数估算方法。阐述了分形理论在信号的仿真建模、复杂背景中的目标检测、故障诊断、语音信号处理及生物信号处理中的应用和研究成果。最后对分形理论在信号处理中的应用与发展进行了展望。

关键词:分形理论;分形维数;信号处理

中图分类号:TP301　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1673-629X(2007)09-0203-03

Fractal Theory and Its Application in Signal Processing

JIA Li-hui[1,2], ZHANG Xiu-ru[1]

(1. College of Information Science & Engineering, Central South University, Changsha 410075, China;
2. School of Computer Science, Central South University of Forestry & Technology, Changsha 410004, China)

Abstract: The fractal theory is an effective tool to describe irregular geometry form and structure in nonlinear system and its application is greatly wide. Firstly, describes the idea and basic characteristic of fractal, fractal dimension and familiar estimation methods. Then expatiates on the applications and findings of fractal theory in signal processing such as signal simulation and modeling, target detection in complicated background, fault diagnosis, speech signal processing. Finally, expects future application and progress of fractal theory in signal processing.

Key words: fractal theory; fractal dimension; signal processing

0 引　言

分形理论[1]是由 B. B. Mandelbrot 在1975年正式提出与建立的一种探索自然界复杂性的新的科学方法和理论。分形理论作为一门新兴的学科,其一经提出就受到了全世界的广泛关注。在近十几年的时间里,分形理论已经成功地应用到自然科学和社会科学的许多领域,为人们描述客观世界提供了一个新的方法和工具。近年来,分形理论在信号处理中的应用更是取得了一大批有价值的成果[2~5],展示了其良好的应用前景。

1 分形的概念及基本特性

1.1 分形的概念

分形一词是由 Mandelbrot 在1975最先引入的,意为破碎的、不规则的,还对分形作了一个尝试性的刻画,认为分形是 Hausdorff 维数严格大于其拓扑维数的集合[6],后来又将分形定义为整体与局部在某种意义下的对称性或自相似性的集合[7],但这些定义都不够全面和精确。事实上,目前对分形还没有一个严格的数学定义,只能给出一般描述性的定义,把分形看成是具有某些性质的集合。一般地,称 F 集是分形,即认为它具有下述典型的性质:

(1)F 具有精细的结构,即有任意小比例的细节。

(2)F 是不规则的,以至于不能用传统的几何语言来描述。

(3)F 通常有某种自相似的形式,可能是近似的或统计的。

(4)F 在某种方式下定义的"分形维数"通常大于它的拓扑维数。

(5)在大多数情况下,F 可以以非常简单的方法定义,可以由迭代产生。

粗略地说,分形是一类复杂性颇高的、没有特征长度,但具有一定意义下的自相似性的形体和结构的总称。

收稿日期:2006-12-02

作者简介:贾丽会(1976-),女,湖北钟祥人,硕士研究生,讲师,研究方向为信号处理、模式识别;张修如,副教授,研究生导师,研究方向为信息系统、GIS、图形图像处理技术、模式识别。

1.2 分形的基本特性

分形几何具有两个典型的基本特性：自相似性和标度不变性。

(1)自相似性。

自相似性是指局部(部分)与整体或另一局部在形态、功能、信息等方面具有某种意义下的相似性，适当地放大或缩小分形对象的几何尺寸，整个结构并不改变。需要指出的是，通常所说的自相似可以分为两类：一类是完全相似，它们一般由数学模型生成，具有严格的自相似性，这类分形通常称之为规则分形；另外一类就是统计相似性，其相似性并不是严格的，只有在一定的标度内存在，这类分形通常称为随机分形。自然界中的分形大部分属于随机分形。

(2)标度不变性。

标度不变性是分形集所固有的特性。所谓标度不变性是指无论测量的尺度如何改变，所测量对象的特性(如形态特性、复杂程度、不规则性、统计特性等)均不发生变化。当然，除了严格的数学模型外(例如：Koch 曲线)，对于实际的分形集来说，这种标度不变性只在一定的范围内适用。通常把标度不变性适用的空间称之为该分形体的无标度区间，也就是自相似性存在的区间。而无标度区间的范围通常是以具体研究对象的性质而定。

2 分形维数及其常见的估算方法

分形维数是在分形意义上由标度关系得出的一个定量数值，它突破了一般拓扑集维数为整数的界限，把维数从整数扩大到分数。分数维数是分形的极其重要的特征参数，可以定量地描述分形集的不规则程度和复杂程度。分形维数 D 的基本性质如下：

1) 分形维数 D 的大小反映了轮廓在空间的复杂、不规则、精细和充满空间的程度。D 越大，细节越丰富；D 越小，细节越少。

2) 分形维数 D 与尺度无关。

3) 分形维数 D 是一个相对量。

4) 若集合 A 是欧式空间 R^n 中的一个光滑(连续可微)的 m 维曲面，则分形维数 $D = m$。

分形维数的定义多种多样，常见的有 Hausdorff 维数、盒维数、信息维数、关联维数、广义维数等[8]。实际的分形维数计算方法与所采用的分形模型及具体应用有关。下面主要介绍 Hausdorff 维数、盒维数、信息维数这三种分形维数。

(1)Hausdorff 维数。

设 F 为R^n 中的一个子集，s 为一个非负数，对任何 $\delta > 0$，定义

$$H_\delta^s(F) = \inf\sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^s \tag{1}$$

式中 U_i 为R^n 中的集合，并有 $F \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i$，$|U_i|$ 为 U_i 的直径，即 $U_i = \sup\{|x-y|; x, y \in U_i\}$ 且 $0 < |U_i| \leqslant \delta$，$\{U_i\}$ 称为 F 的一个 δ 覆盖。当 $\delta \to 0$ 时，$H_\delta^s(F)$ 趋于一个极限，这个极限称为 F 的 s 维 Hausdorff 测度。记为：

$$H^s(F) = \lim_{\delta\to 0} H_\delta^s(F) \tag{2}$$

对于集合 F，$H^s(F)$ 是 s 的函数，并满足如下特性：若 $0 < s < D_H(F)$，则 $H^s(F) = \infty$；若 $D_H(F) < s < \infty$，则 $H^s(F) = 0$。这表明存在 s 的一个临界值，使得 $H^s(F)$ 从 ∞ 跳变到 0。这个临界值称为 F 的 Hausdorff 维数，记为 $D_H(F)$ 。

Hausdorff 维数是以 Hausdorff 测度为基础的，是各种分形维数中最基本的一种。但它在很多情况下很难计算，因此在实际应用中人们通常使用与 Hausdorff 维数具有等价意义且便于计算的其它形式的分形维数。

(2)盒维数。

设 F 为R^n 上的某个非空的有界子集，对任意的 $\delta > 0$，$N_\delta(F)$ 为直径不超过 δ 时，可用来覆盖 F 集的最少个数。如果极限

$$\lim_{\delta\to 0} \frac{\log N_\delta(F)}{\log(1/\delta)} \tag{4}$$

存在，则称它为 F 的盒维数，记为 $\dim_B$ 或 D_B。

在盒维数定义中，闭球的覆盖可以等价地换成边长为 δ 的正方体的覆盖，在 R^n 空间中成为 δ - 坐标网立方体。易知，在 R^2 中是边长为 δ 的正方形网格所形成的覆盖。盒维数是应用最广泛的分形维数之一，大多数集合的盒维数与 Hausdorff 维数具有等价的意义。

(3) 信息维数。

信息维数反映了 F 集在空间分布的疏密程度。记 F 集落入边长为δ 的第 i 个超立方体的概率为P_i，在尺寸 δ 下进行测度所得到的信息量定义为：

$$I(\delta) = -\sum_{i=1}^{N(\delta)} p_i \ln p_i \tag{5}$$

在此基础上，定义 F 集的信息维数为：

$$D_I(F) = \lim_{\delta\to 0} \frac{I(\delta)}{\ln(1/\delta)} = \lim_{\delta\to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\delta)} p_i \ln p_i}{\ln \delta} \tag{6}$$

显然，当 F 集以等概率落入各个超立方体时，$p_i = 1/N(\delta)$，故 $I(\delta) = \ln N(\delta)$，从而 $D_I(F) = D_B(F)$。一般情况下，$D_I(F) \leqslant D_B(F)$。

3 分形理论在信号处理中的应用

目前，分形理论在信号处理中的应用主要表现在

以下几个方面：(1)信号的仿真建模；(2)复杂背景中的目标检测；(3)故障诊断；(4)在语音信号处理中的应用；(5)在生物信号处理中的应用。

3.1 信号的仿真建模

信号的仿真建模[9]是信号处理领域中的一个重要研究方向，具有重要的研究价值。一旦成功建立了某种信号的仿真模型，就可以通过人为控制该模型的参数来改变仿真信号的特征，从而利用这些仿真信号来检验各种信号处理方法的有效性和准确性。人们发现，在自然界中存在着许多具有"自相似性"的信号，用传统方法建立的信号模型同实际信号差别很大，已不能满足要求。而分形信号作为一种新的信号模型，却有着传统方法不可替代的优势。目前，分形作为一种新的信号模型或寻找信号特征的一种新途径已经得到了广泛的应用，并取得出了许多成功的范例，其优点在于可以用一个简单的迭代函数系统(IFS)和较少的参数产生复杂的信号。现已证明：分形能对许多具有"自相似性"的时间序列数据进行有效的刻画。

3.2 复杂背景中的目标检测

复杂背景中的目标检测是指如何从复杂背景中准确地检测出所需要的目标信号。分形特征参数对于自然背景和人造目标存在着本质差别。自然景物较粗糙的表面映射的图像纹理对应着较大的分形维数，而人造目标较平滑的表面映射的图像纹理对应着较小的分形维数。利用人造目标与自然背景在分形特性上的这种差异，就可以有效地将人造目标和复杂的自然背景区别开来，为目标检测提供一种新思路。目前，基于分形理论的目标检测已经成为研究和应用的热点[10,11]，分形维数也成为一个常用的目标检测参数。

3.3 故障诊断

故障诊断是分形理论又一个应用热点[12,13]。目前，将分形理论应用于机械设备故障诊断主要有两个途径[14]：一是提取磨屑的分形特征，根据磨屑得出分形维数，间接获得机器的磨损率，为机器在线故障诊断、预测磨损状态提供依据；二是测量机器运行的特征信号，从中提取信号的分形特征(分维数)，基于分维数分析机器的故障状态。一般来讲，前一种方法是用于机器摩擦的故障诊断，后一种方法是用于旋转机械的故障诊断。分形几何在机械故障诊断的以下几个方面还值得探讨[15]：①机械运行状态的异常判别；②机械故障的分类与诊断；③反映机械运行状态的特征参数个数的选取。

3.4 在语音信号处理中的应用

声学及空气动力学理论早就证明语音信号是一个复杂的非线性过程，其中存在着产生混沌的机制。而描述混沌信号特征的一种有效手段就是运用分形理论。语音信号在一定尺度下局部与整体之间具有统计自相似性，语音信号所具有的分形特征[16]是将分形理论引入语音信号分形分析的基础。目前，分形在语音信号处理上的应用主要有以下几个方面：语音分割、语音合成、语音增强和语音信号的端点检测[17,18]。针对汉语语音声韵母信号波形的特点，可以用分形理论为工具来实现汉语语音的自动分段。同时，不同音素的语音信号与背景噪声信号的分形特征是不同的，因此可将分形维数用于语音增强。通过分析语音信号的短时分形维数来进行噪声语音信号的端点检测，能较准确地检测噪声语音信号中的语音起止点，并且用基于短时分形维数构造的语音自适应滤波器也具有明显有效的语音滤波消噪的功能。

3.5 在生物信号处理中的应用

生物信号处理是指应用信号处理技术，根据生物信号的特点，对所采集到的生物信号进行分析、辨认、解释、分类、显示、存贮和传输，从而对生物的体系结构与功能进行研究，对疾病提供辅助的诊断和治疗。然而，人们发现，由于大部分生理信号具有"自相似性"，利用传统的信号处理方法已不能满足要求，但是分形信号处理方法作为非平稳信号一种新的处理方法，表现了无法比拟的优越性。近年来，国内外很多学者将分形理论引入到生物医学中，用于生物信号的特征提取、图像分析与辅助诊断、药物动力学模型，以及对蛋白质二级结构以至三级结构的预测等等。目前，分形理论广泛应用到心电信号、肌电信号、脑电信号等生物信号的分析和研究中，其中对于心率变异性(HRV)的研究则是分形理论在生物信号处理中比较成功的范例[19,20]。

4 总结与展望

目前，国内外的专家、学者对分形理论在信号处理方面的应用已经进行了大量的探讨和研究，并取得了卓有成效的科研成果，展示了良好的应用前景。然而，作为一门新兴学科，分形理论还不够完善，它在许多方面离实际应用还存在着差距，只有对存在的问题继续加以研究和探索，才能更好地实现分形信号处理方法与实际工程的匹配，发挥分形理论所特有的优势。可以预测，随着分形理论研究的发展和完善，分形理论这一新兴学科必将在信号处理中发挥更大的作用。

参考文献：

[1] 张济忠．分形[M]．北京：清华大学出版社，1995．

(下转第 209 页)

常运行提供了坚强的保证,同时微软的 SQL Server 2000 也能轻松升级到最新版的 SQL Server 2005,使其具有更高级的数据库管理性能。

整个体检系统开发平台采用 Microsoft Visual Studio. net C# 2003 集成开发环境,利用其中的 ASP. net + JavaScript 开发网页部分,利用 ADO. net 的强大的数据操作功能开发数据交互部分,使得整个 B/S 系统具有较高的网络性能和高度的安全性[5]。系统平台示意图如图 5 所示。

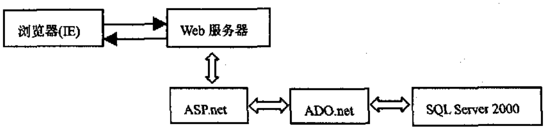

图 5　系统平台结构图

2　结束语

本系统现已在部分市级医院试用,给这些体检机构的日常事务的管理带来很大的方便,另外,本系统采用 B/S 结构模式进行开发,为日后的维护和升级提供了极大的便利,只要更新中心服务器就可以完成维护和升级。由于本系统提供了与 Internet 的互联,使得受检者(病人)可以随时随地进行自身体检结果的查询,极大地方便了受检者。

另外,由于 B/S 模式本身的缺陷所致,使得 B/S 系统的执行效率比较低,虽然本系统在开发时大量使用客户端编程语言(JavaScript),在很大程度上提高了系统的性能,但较之 C/S 系统还要慢一些,这些缺陷和不足将在今后的维护升级中得到进一步加强。

参考文献:

[1]　田联房,何元烈,李　彬,等.基于计算机的医院体检信息管理系统的设计和实现[J/OL].中华现代医院管理杂志,2005(1),http://www.shouxi.net/journal/articleinfo.aspx? art-id=63899.

[2]　彭荆明,石　泉,乐慧康.基于 BS 模式的医院信息管理系统的设计与实现[J].计算机应用,2000(4):59-60.

[3]　孙纳新.B/S 结构医院管理信息系统的设计与开发[J].医学信息,2001(6):308-309.

[4]　寇景云,任　军,殷　丽.一种人体健康体检信息管理系统的概要设计[J].数理医药学杂志,2000,13(6):546-547.

[5]　刘瑞新,马　骏,何　欣.C#网络编程及应用[M].北京:机械工业出版社,2004.

(上接第 205 页)

[2]　秦明新,关玉杰,英　克,等.老年人心率关联维数研究[J].中国生物医学工程学报,1998,17(1):30-34.

[3]　杜恩祥,李科杰.基于多重分形和小波变换的声目标信号特征提取[J].自动化学报,2004,30(5):742-746.

[4]　邓　勇,施文康,刘　琪.小波变换的信号分形分析及其在心电信号处理中的应用研究[J].物理学报,2002,51(4):759-762.

[5]　Gnitecki J,Moussavi Z. Variance Fractal Dimension Trajectory as a tool for Heart Sound Localization in Lung Sounds Recording[C]//In: Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE EMBS. Cancun, Mexico: IEEE Computer Society Press, 2003:2420-2423.

[6]　Mandelbrot B B. Fractal: Form, Chance and Dimension[M]. San Francisco: Freeman, 1977.

[7]　Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature[M]. San Francisco: Freeman, 1982.

[8]　Falconer K J. Fractal Geometry: Mathematical Foundation and Application [M]. New York: John Wiley and Sons, 1990.

[9]　Norros I. A Storage Model with Self-similar Input[J]. Queuing Systems, 1994, 16(2):387-396.

[10]　李军伟,朱振福,贾京成,等.基于分形技术的目标检测算法研究[J].红外与激光工程,2003,32(5): 468-471.

[11]　韩　炎.分形理论及信号检测技术研究[D].南京:南京理工大学,2004.

[12]　陈岳良.分形理论在齿轮箱故障诊断中的应用[D].太原:中北大学,2005.

[13]　袁　鹏.分形法在机器故障诊断中的应用[J].设计与研究,2005,32(9):16-17.

[14]　石博强,申焱华.机械故障诊断的分形方法:理论与实践[M].北京:冶金工业出版社,2001:172-176.

[15]　徐玉秀,原培新,杨文平.复杂机械故障诊断的分形与小波方法[M].北京:机械工业出版社,2003:4-7.

[16]　陈　国,胡修林,曹　鹏,等.基于网格维数的汉语语音分形特征研究[J].声学学报,2001,26(1):59-66.

[17]　王　帆,郑　方,吴文虎.基于多尺度分形维数的汉语语音声韵切分[J].清华大学学报:自然科学版,2002,42(1):68-71.

[18]　陈　亮,张雄伟.基于分形维数实现语音分割和增强[J].北京邮电大学学报,2003,26(S):112-114.

[19]　刘晓芳,叶志前,周海燕.麻醉期心率变异性的非线性动力学分析[J].中国医学物理学杂志,2001,18(4):237-239.

[20]　梁仲刚,严　洪,吴　斌,等.分形维数在头低位期间心率变异分析中的应用[J].航天医学与医学工程,2005,19(1):58-61.