

三值光计算机的数值表示及其基本算法

左开中^{1,2}, 金 翊¹, 严军勇^{1,3}

(1. 上海大学 计算机学院, 上海 200072; 2. 安徽师范大学 计算机系, 安徽 芜湖 241000;

3. 江西财经大学 用友软件学院, 江西 南昌 330013)

摘 要:分析和比较了几种适合三值光计算机实现的数值表示及其基本算法, 将基于平衡三进制的数值表示及其运算方法引入了三值光计算机, 为研究和实现三值光计算机的各种算术运算部件提供了数学理论基础。采用平衡三进制, 正负数的表达形式具有统一性和对称性, 消除了符号位, 有效简化了有符号数的数值处理过程, 加减法运算使用同一部件实现, 可设计出各种简单、高效且具有对称性的算术运算部件, 简化了三值光计算机的硬件结构和指令系统。

关键词:三值光计算机; 非平衡三进制; 平衡三进制

中图分类号:TP302.2

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2007)09-0008-03

Digital Expression and Its Basic Algorithm of Ternary Optical Computer

ZUO Kai-zhong^{1,2}, JIN Yi¹, YAN Jun-yong^{1,3}

(1. School of Computer Engineering and Science, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Department of Computer Science, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China;

3. School of Software, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China)

Abstract: Digital representation and its basic algorithm available for the realization of ternary optical computer was analyzed and compared. The digital representation and arithmetic operation based on the balanced ternary were introduced to ternary optical computer, for the purpose of providing mathematics theoretical systems for research and design of various arithmetic operation devices of ternary optical computer. The expression of positive number and negative are uniform and symmetry in balanced ternary system, it eliminates the sign bit and simplifies the operation of sign numbers. The implementation of addition and subtraction use the same device and the various high efficiency and symmetry devices can be designed, this simplifies the hardware structure and instruction system of ternary optical computer.

Key words: ternary optical computer; ordinary ternary; balanced ternary

0 引 言

电子计算机采用二进制数表示数字信息, 它采用不同电平幅值来表示数值0和1, 负数则常用补码表示。

为了充分发挥光计算的空间巨并行性必须在加减法运算中消除进位和借位的串行延时难题, 为此光计算的研究者提出了一些适合光学实现的数值表示及其算法, 主要有: 符号替换算法(Symbolic Substitution)、余数算法、MSD(modified signed-digit)数、多值逻辑、混合三进制和TSD(Ternary signed-digit)等等^[1-5]。

数值表示与运算的简易性及计算效率紧密相关,

对构造数字光计算机而言, 这种相关性主要表现在以下三个方面:

- (1)数值表示要与光学器件的稳定状态数相容;
- (2)数值表示所对应的基本运算(如算术和逻辑运算)应简单;
- (3)数值表示要与光计算的空间巨并行性相容。

三值光计算机^[6]用三种符号进行数据编码, 用两个偏振方向相互垂直的有光态和无光态三种稳定状态表示三值信息, 用双层液晶和偏振器实现三个状态之间的转换, 可实现三进制算术运算和三值逻辑运算。

文中主要分析和比较了几种适合于三值光计算机实现的三值数字表示方法及其基本算法, 作为研究和设计三值光计算机的各种算术和逻辑运算部件的理论基础。

1 原三进制数

两千年前, 中国数学家杨雄在其著作《太玄经》中

收稿日期: 2006-12-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60473008)

作者简介: 左开中(1974-), 男, 安徽宿州人, 讲师, 博士研究生, 研究方向为光计算机、嵌入式系统开发; 金 翊, 教授, 博士生导师, 研究方向为光计算机、人工智能。

所发明的“玄首”符号系统为最早的三进制数字符号系统^[7]。

一个基数为3的进位计数制称为三进制,由于人们已经习惯用罗马数值符号表示数元,很自然地人们在三进制中使用数元0,1,2来表示数值,一般称这种三进制为原三进制(Ordinary Ternary)或非平衡三进制。

1.1 数的表达式形式

按照计数进位制数字的一般表达式形式,三进制的任何正数 A 都可以表示为:

$(a_n a_{n-1} \cdots a_0 a_{-1} a_{-2} \cdots a_{1-m} a_{-m})_3$, 其中 n 和 m 为正整数。

A 的值表达式为 $\sum_{i=-m}^n a_i 3^i$, a_i 取0,1,2。

而相应的负数要在正数前增加负号“-”来表示。

例如: $20 = (202)_3 = 2 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^0$
 $-20 = -(202)_3 = -(2 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^0)$

1.2 算术运算

1.2.1 加法

$0+0=0, 0+1=1, 0+2=2;$
 $1+0=1, 1+1=2, 1+2=10;$
 $2+0=2, 2+1=10, 2+2=11。$

1.2.2 减法

$0-0=0, 10-1=2, 10-2=1;$
 $1-0=1, 1-1=0, 11-2=2;$
 $2-0=2, 2-1=1, 2-2=0。$

1.2.3 乘法

$0 \times 0=0, 0 \times 1=0, 0 \times 2=0;$
 $1 \times 0=0, 1 \times 1=1, 1 \times 2=2;$
 $2 \times 0=0, 2 \times 1=2, 2 \times 2=11。$

从上述原三进制的加、减、乘三种算术运算规则来看,原三进制的算术运算要比二进制复杂。

2 平衡三进制数

中国学者陈其翔在1958年首次提出平衡三进制理论^[8],其后,国际上对它的研究也一直予以重视^[9],并认为平衡三进制对计算机来说是一种最好的数制。

2.1 数的表达式形式

在三进制中,使用数元-1,0,1(为了方便起见,-1常用 $\bar{1}$ 表示)来表示数值,一般称这种三进制为平衡三进制(Balanced Ternary)或对称三进制(Symmetric Ternary)。

在平衡三进制中,任何实数 A 都可以表示为:

$(a_n a_{n-1} \cdots a_0 a_{-1} a_{-2} \cdots a_{1-m} a_{-m})_3$, 其中 n 和 m 为正整数。

A 的值表达式为 $\sum_{i=-m}^n a_i 3^i$, a_i 取 $\bar{1}, 0, 1$ 。

从平衡三进制的表达式形式可以看出,平衡三进制在数元中引入了负数,从而在取值上直接考虑到负数的表示,不需要增加符号位就可以表示所有实数。

例如:

$20 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 = 1 \times 3^3 + \bar{1} \times 3^2 + 1 \times 3^1 + \bar{1} \times 3^0$
 $-20 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 = \bar{1} \times 3^3 + 1 \times 3^2 + \bar{1} \times 3^1 + 1 \times 3^0$

由上例可以看出:

- ①正数和负数有统一的表示形式;
- ②绝对值相等的一对正负数,其每位数元都有相反的符号;
- ③首位为正的数是正数,反之是负数。

2.2 平衡三进制数同十进制数间的相互转换

(1)平衡三进制数向十进制数转换。

由平衡三进制数的值表达式可直接实现平衡三进制数向十进制数转换。

(2)十进制数向平衡三进制数转换。

基本方法和十进制数转换为二进制数相似,都是用连除余数倒排列法,区别在于:当余数出现2时,将本次除法运算所得的商加1,同时余数变为-1。

例如:

$20 \div 3 = 6 \text{ 余 } 2; 7 \text{ 余 } -1$
 $7 \div 3 = 2 \text{ 余 } 1$
 $2 \div 3 = 0 \text{ 余 } 2; 1 \text{ 余 } -1$
 $1 \div 3 = 0 \text{ 余 } 1$

所以,十进制数20用平衡三进制表示为 $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3$ 。

因为绝对值相等的一对正负数其每位数元只是符号位相反,所以将正数的对应位数元取反就得到负数的平衡三进制表达式形式。

2.3 算术运算

2.3.1 加法

(1)一位数的加法:

$0+\bar{1}=\bar{1}, 0+0=0, 0+1=1,$
 $\bar{1}+\bar{1}=\bar{1}\bar{1}, \bar{1}+0=\bar{1}, \bar{1}+1=0,$
 $1+\bar{1}=0, 1+0=1, 1+1=\bar{1}\bar{1},$

即:加0不变,正得 $\bar{1}$ 进1,负得 $\bar{1}$ 进 $\bar{1}$,正负相抵。

(2)多位数的加法:

与十进制数的加法相同,按位相加,低位相加的进位值进入高一位置相加。

例如:

$20+19 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 + (\bar{1}\bar{1}01)_3 = (1110)_3$

$$\begin{array}{r} \bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ + \bar{1}\bar{1}01 \\ \hline 1110 \end{array}$$

$$-20 + 19 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 + (\bar{1}\bar{1}0\bar{1})_3 = (000\bar{1})_3$$

$$\begin{array}{r} \bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ + \bar{1}\bar{1}0\bar{1} \\ \hline 000\bar{1} \end{array}$$

可见有负数参加的加法同正数的加法完全相同。

2.3.2 减法

由于正数和负数有统一的表示形式,且绝对值相等的一对正负数其每位数元只是符号位相反,所以平衡三进制数的减法特别简单,只要将减数按位取反,再与被减数相加即得到差。这样,在实现减法运算时,可以和加法使用同一个运算部件。

例如: $20 - 19 = 20 + (-19) = (\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 + (\bar{1}\bar{1}0\bar{1})_3 = (000\bar{1})_3$

2.3.3 乘法

(1)一位数的乘法:

$$0 \times \bar{1} = 0, 0 \times 0 = 0, 0 \times 1 = 0,$$

$$\bar{1} \times \bar{1} = 1, \bar{1} \times 0 = 0, \bar{1} \times 1 = \bar{1},$$

$$1 \times \bar{1} = \bar{1}, 1 \times 0 = 0, 1 \times 1 = 1,$$

即:乘0得0,乘1不变,乘 $\bar{1}$ 取反。可见平衡三进制一位数乘法无进位。

(2)多位数的乘法:

与十进制数的乘法相似,根据上述一位乘法的基本规律,先把被乘数分别与乘数的每一位相乘,然后按照所乘系数的位数向前移位,再相加即得积。

在实现具体时,可以和二进制电子计算机一样,利用移位寄存器,采用左移位相加方法得到积。

例如: $-20 \times 5 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1})_3 \times (1\bar{1}\bar{1})_3 = (\bar{1}\bar{1}\bar{1}0\bar{1})_3 = -100$

$$\begin{array}{r} \bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \times 1\bar{1}\bar{1} \\ \hline \bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ + \bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \hline 0\bar{1}\bar{1}0\bar{1} \end{array}$$

至于除法,由于它是乘法的逆运算,因此可以转换为相减右移位方法实现。

2.4 三进制与二进制的比较

设计计算机,选择哪一种数制为好?在一定的条件下,采用三进制将可获得最佳经济效果。同二进制相比,三进制具有如下特点:

(1)三进制比二进制具有更强数据表示能力,表示相同的数值,三进制需要的数据位数比二进制少约 58.5%,这样减少了数据的表达式长度、降低了数据管理的复杂性,可简化数据加密等涉及大数问题的处理。

(2)3 是最接近最佳编码效率的编码值 e 的整数^[10],相比二值编码,采用三值编码可提高信息传输

率约 58.5%;

(3)通常情况下,数据存贮的复杂性和数制的基数成正比,采用三进制,数据的存贮复杂性最低、所用元件最少,有利于提高数据存贮密度。

(4)采用三进制,计算机可减少系统布线,降低运算部件的复杂性。

2.5 平衡三进制与二进制、原三进制的比较

同二进制、原三进制相比,平衡三进制除具有三进制的基本特点外,还具有如下优点:

(1)平衡三进制对正负数具有统一的表示形式,由此使得正负数的所有算术运算具有统一的法则,消除了符号位;

(2)平衡三进制的负数表示与绝对值相同的正数表示对称,加减法运算可用同一硬件部件实现,简化了计算机硬件结构;

(3)平衡三进制的算术运算和二进制类似,比原三进制的算术运算简单;

加法的进位在概率上比原三进制少;一位数乘法没有进位;多位数相乘可用移位相加实现,多位数除法可用移位相减实现;和二进制类似,具有左移一位乘 3、右移一位除以 3 的特点;

(4)平衡三进制的一位加法和乘法运算具有对称性,利用此特点可以设计出各种简单、高效且具有对称性的算术运算部件^[11]。

3 结 论

三值光计算机用光束的两个偏振方向正交的有光态和无光态三种稳定状态表示三值信息,而光束的两种正交偏振态和平衡三进制的 1 和 $\bar{1}$ 相吻合,无光态与 0 相吻合,且利用液晶的旋光性可实现光束的两种正交偏振态之间的相互转换即取反操作,因此平衡三进制是目前最合理的三值光计算机的数值表示方法。采用平衡三进制算术运算可有效简化了有符号数的数值处理过程、计算机硬件结构和指令系统,这种方法是电子计算机和其他光学计算机结构方案中所没有的,将使三值光计算机拥有最佳的数值运算能力。

目前,根据上述理论,课题组已经设计出:基于平衡三进制的三值光计算机半加器原型,正在利用液晶和偏振器进行原理性实验。

参考文献:

- [1] 余飞鸿. 适合于光学实现的数值逻辑表示及其基本算法 [J]. 半导体光电, 1994, 15(1): 41-49.
- [2] 余飞鸿. 适合于光学实现的数值逻辑表示及其基本算法

(下转第 14 页)

和训练,建立 REB 网络模型。

第四步,查看训练效果。通过查看系统提供的训练结果,对效果不好的模型,转至第一和第二步再次进行网络设置和进行学习设置,直至得到较好的网络输出;对于效果较好的模型将转至第五步。

第五步,将训练好的神经网络模型存入数据库中。这样基于 RBF 神经网络的信用评估模型就建立完成,通过该模型就可以客观地评估企业客户的信用等级。

该系统已在辽宁华诚信用评级有限公司投入运行,下面是训练样本的部分样本期望值和实际值(系统得出的实际值保留了小数点后 10 位有效数,这里为了说明问题,只截取小数点后 5 位数),比较得出,认为该模型达到了较为满意的训练效果。

表 2 训练样本

	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5
期望值	0.53	0.79	0.95	0.88	0.84
实际值	0.52889	0.80011	0.94988	0.88002	0.83985

4.2 系统运行与评估结果产生

系统将对客户的信用信息和财务数据进行评估,得到相应的信用评估得分,将得分和信用管理者修正的分数一并送至结果输出模型,可以换算得到被评客户的综合信用分数,如表 3 中的一组数据就是客户的评估结果。

表 3 系统评分结果

公司	公司 1	公司 2	公司 3	公司 4	公司 5
基本得分	91	89	73	65	78
修正得分	-2	4	5	3	-2
综合得分	89.14	87.30	71.64	63.76	76.40

5 结束语

通过结合当前国内的国情,研究并设计了适合我国的信用评分指标体系,并在此基础上引入了径向基

函数神经网络,应用 REB 的算法建立了适合我国的信用评分模型,通过使用样本企业财务数据对模型进行训练和检验,对模型的性能进行完善,使模型具备对企业信用的评估能力。使用该模型对企业的信用进行评估,弱化了主观人为的误判因素,对于评估结果的准确性有一定程度的提高,避免了传统的信用评分方法存在的一些缺陷,对于企业具有十分重要的意义。实验证明,将 RBF 神经网络技术应用于企业信用等级评价中,具有较广泛的应用前景。

参考文献:

- [1] 钱水土,黄震宇.信用评分模型在中小企业信贷评估中的应用[J].商业经济与管理,2004,148(2):57-61.
- [2] 詹原瑞,田宏伟.信用评分模型的设计与决策分析[J].中国管理科学,1998,6(4):46-51.
- [3] 吴德胜,梁 堃,杨 力.不同模型在信用评价中的比较研究[J].预测,2004,23(2):73-76.
- [4] Fisher R A. The use of multiple measurement in taxonomic problems[J]. Annals of Eugenics 1936, 7:179-188.
- [5] 王春峰,万海晖,张 维.基于神经网络技术的商业银行信用风险评估[J].系统工程理论与实践,1999,9:24-32.
- [6] 陈雄华,林成德,叶 武.基于神经网络的企业信用等级评估[J].系统工程学报,2002,17(6):570-575.
- [7] Acosta F. RBF and related models: an overview[J]. Signal Processing,1995,45:37-58.
- [8] Powell M J D. Radial basis functions for multivariable interpolation: a review[C]//Mason J C, Cox M G. Algorithms for approximation. Oxford:Oxford University Press,1987:143-167.
- [9] 王 伟.人工神经网络原理——入门与应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,1995:67-70.
- [10] 戴 葵.神经网络实现技术[M].长沙:国防科技大学出版社,1997.

(上接第 10 页)

- [1] [J]. 半导体光电,1994,15(2):116-124.
- [3] CHERRI A K, KHACHAB N I, ISMAIL E H. One - step optical trinary signed - digit arithmetic using redundant bit representations[J]. Optics & Laser Technology, 1997,29(5):281-290.
- [4] Hossain M M, Ahmed J U, Awwal A A S, et al. Optical implementation of an efficient modified signed - digit trinary addition[J]. Optics & Laser Technology, 1998, 30 (4): 49-55.
- [5] Datta A K, Munshi S. Signed - negabinary - arithmetic - based optical computing by use of a single liquid - crystal - display panel[J]. APPLIED OPTICS, 2002,41(8):1556-1564.

- [6] Jin Yi, He Huacan, Lü Yangtian. Ternary Optical Computer Principle[J]. Science in China: Series F, 2003,46(2):145-150.
- [7] 魏福平.三进制的意义及其来历[J].西南交通大学学报,1988,4:62-66.
- [8] 陈其翔. T01 三进制制[J].数学通报,1958,3:4-7.
- [9] Frieder G. A balanced ternary computer[C]//Proc. Int. Symp. on MVL.[s.l.]:[s.n.],1973:68-75.
- [10] Kaykobad M, Islam M M, Ameyan M E. 3 is a More Promising Algorithmic Parameter than 2[J]. Computers Math Ap- plic,1998,36(6):19-24.
- [11] 郑启伦.再论三进制数字系统[J].计算机研究与发展,1981(3):42-46.