

# 一种鲁棒性的遥感图像地域分类新方法

陈以超<sup>1</sup>, 洪汉玉<sup>1,2</sup>, 王 俊<sup>1</sup>, 张 剑<sup>1</sup>, 王成刚<sup>1</sup>

(1. 武汉工程大学 图像处理与智能控制实验室, 湖北 武汉 430074;

2. 华中科技大学 图像识别与人工智能研究所, 湖北 武汉 430074)

**摘 要:**目前遥感图像分类算法面临的主要问题是分类精度与算法复杂度的矛盾及算法缺乏鲁棒性。为此,提出了一种基于特征空间重采样的非参数化核密度估计聚类与边缘检测相融合的多模型鲁棒性遥感图像分类方法。首先对遥感图像进行边缘检测以获取图像中每个像素的边缘梯度和方向信息;然后利用重采样策略,在联合域中对新的样本集合进行加权均值平移滤波,找到图像各区域的核密度函数局部最大值,通过迭代移动附近的数据点到此局部最大值;最后对各个分割区域进行合并,得到最终的分类图。实验结果表明,算法可获得高精度的遥感图像分类结果,且具有很强的鲁棒性。

**关键词:**遥感图像分类;核密度估计;非参数化;特征空间;重采样策略

中图分类号:TP751

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2007)08-0136-04

## A New Robust Approach for Remote Sensing Image Regional Classification

CHEN Yi-chao<sup>1</sup>, HONG Han-yu<sup>1,2</sup>, WANG Jun<sup>1</sup>, ZHANG Jian<sup>1</sup>, WANG Cheng-gang<sup>1</sup>

(1. Lab. for Image Processing and Intelligent Control, Wuhan Inst. of Techn., Wuhan 430074, China;

2. Inst. for Pattern Recognition and Artificial Intelligence,

Huazhong Univ. of Sci. and Techn., Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The main problem of remote sensing image classification is the contradiction of classification precision and algorithm complexity, and algorithm lacking of robust. Therefore, a multi-model robust approach of remote sensing image classification based on non-parameter kernel density estimation of resampling strategy in feature space and edge detection is proposed in this paper. The edge gradient and direction information are obtained by edge detection of remote sensing. Then the new samples sets are weighted mean shift filtering to find kernel density function local maximum of image each region using resampling strategy in the joint spatial-range domain and data points are shifted the local maximum by iterative shifting. Last, the classification image is obtained by combining each region. Experimental results illustrate that it is able to classify remote sensing image effectively and robustly.

**Key words:** remote sensing image classification; kernel density estimation; non-parameter; feature space; resampling strategy

## 0 引 言

遥感图像分类是通过对各类地物的特征进行分析来选择特征参数,将特征空间划分为互不重叠的子空间,然后将影像内各个像元划分到对应的子空间中去而实现分类。传统遥感图像分类效果受到遥感图像本身的空间分辨率及“同物异谱”、“异物同谱”等因素的影响,易出现较多的错分、漏分,使得分类精度不高<sup>[1]</sup>。

随着遥感技术的发展,遥感图像分类出现了许多新理论、新方法,如基于 Bayes 理论的最大似然法<sup>[2]</sup>、神经网络法<sup>[3]</sup>、模糊聚类法<sup>[4]</sup>,这些方法都极大地提高了遥感图像分类的精度。由于遥感图像信息量大,数据特征空间分布和地物类别复杂,这些遥感图像分类算法还存在很多局限性:如最大似然法在数据密度分布复杂呈现多峰形式或地物类别间相互交错时,分类精度不高;而人工神经网络分类精度依赖于网络训练样本的选取,且训练速度慢;模糊聚类法应用于图像分类时,地物类别数事先不好确定,缺乏自学习能力。由此可知,目前遥感图像分类方法还只是针对具体的应用领域中的某类图像,缺乏鲁棒性,这主要是由于遥感图像数据的复杂性决定的。

1975 年 Fukunaga 和 Hostetler<sup>[5]</sup>提出了一种非参

收稿日期:2006-10-31

基金项目:国家自然科学基金项目(60572040);湖北省教育厅科学技术研究项目(D200615001)

作者简介:陈以超(1979-),男,湖北安陆人,硕士研究生,研究方向为遥感图像处理、数字图像分析;洪汉玉,博士后,教授,主要从事图像复原、自动目标识别和人工智能等方面的研究。

数核密度函数梯度估计法,即均值平移算法(Mean Shift),它是一种有效的统计迭代算法,能使每一个点平移到密度函数的局部极大值点。Dorin Comaniciu<sup>[6]</sup>将其推广到图像领域。然而,到目前为止,把均值平移算法应用于遥感图像分类中还少有报道。为此,文中在文献[6]的基础上,结合遥感图像的特点,提出一种基于特征空间重采样的非参数化核密度估计聚类与边缘检测相融合的多模型鲁棒性遥感图像分类算法,并在微机上对该方法进行了验证。实验结果表明算法分类效果好,执行效率高,且具有很好的鲁棒性。

## 1 非参数化核估计

根据给定样本点集合求解随机变量的分布密度函数问题是概率统计学的基本问题之一。Parzen<sup>[7]</sup>提出了非参数估计方法,即核密度估计。由于核密度估计方法不需要有关数据分布的先验知识,对数据分布不附加任何假定,是一种从数据样本本身出发研究数据分布特征的方法,因而,在统计学理论中受到高度的关注。

### 1.1 核密度估计

设给定  $d$  维空间中的  $N$  个样本,  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , 用核  $K(x)$  与一个  $d \times d$  正定对称带宽矩阵  $H$  计算点  $x$  处的多元核密度估计为:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_H(x - x_i) \quad (1)$$

$$K_H(x) = |H|^{-1/2} K(H^{-1/2}x) \quad (2)$$

此处  $d$  元核  $K(x)$  是一个有界函数,满足<sup>[8]</sup>:

$$\int_{\mathbb{R}^d} K(x) dx = 1 \quad \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \|x\|^d K(x) = 0 \quad (3)$$

$$\int_{\mathbb{R}^d} x K(x) dx = 0 \quad \int_{\mathbb{R}^d} x x^T K(x) dx = c_k I$$

式中,  $c_k$  为常数。

在式(3)中,  $K(x)$  为旋转对称性的核,且满足:

$$K(x) = c_{k,d} k(\|x\|^2) \quad (4)$$

式中  $k(x) (x \geq 0)$  为核轮廓函数;  $c_{k,d}$  为归一化参数,它使  $K(x)$  积分为 1,且严格非负。

在式(2)中,带宽矩阵  $H = h^2 I (h > 0)$ , 这样在特征空间进行欧几里得度量时就只需要一个带宽参数  $h$ , 则式(1)可表示为:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |h^2 I|^{-1/2} K_H[(h^2 I)^{-1/2}(x - x_i)] = \frac{1}{Nh^d} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (5)$$

用最小均方误差(MISE)来衡量核密度估计的质量,但是在实际中只能计算估计值的渐进逼近最小均方误差(AMISE),并且 AMISE 度量用具有旋转对称

性的 Epanechnikov 多元核最小化<sup>[9]</sup>。

定义 Epanechnikov 核轮廓函数为:

$$k_E(x) = \begin{cases} 1 - x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases} \quad (6)$$

据式(6)可得到 Epanechnikov 核为:

$$K_E(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} c_d^{-1} (d+2) (1 - \|x\|^2) & \|x\| \leq 1 \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (7)$$

其中  $c_d$  为单位  $d$  维椭圆球体的体积。

利用轮廓函数标记,式(4)代入式(5)即可得到核密度估计表达式为:

$$\hat{f}_{h,k}(x) = \frac{c_{k,d}}{Nh^d} \sum_{i=1}^N k\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \quad (8)$$

### 1.2 密度梯度估计

对式(8)进行求导,得到核密度梯度估计为:

$$\nabla \hat{f}_{h,k}(x) = \frac{2c_{k,d}}{Nh^{d+2}} \sum_{i=1}^N (x - x_i) k'\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \quad (9)$$

为简化式(9),定义函数:

$$g(x) = -k'(x) \quad (10)$$

并假设对所有的  $x \in [0, \infty)$ ,  $K$  的导数都存在。以  $g(x)$  为轮廓函数,定义核  $G(x)$  为:

$$G(x) = c_{g,d} g(\|x\|^2) \quad (11)$$

$c_{g,d}$  为归一化常数。

将式(10)代入(9)可得到:

$$\nabla \hat{f}_{h,k}(x) = \frac{2c_{k,d}}{Nh^{d+2}} \sum_{i=1}^N (x - x_i) g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) = \frac{2c_{k,d}}{Nh^{d+2}} \left[ \sum_{i=1}^N g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \left[ \sum_{i=1}^N x_i g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \right] - x \left[ \sum_{i=1}^N g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \right] \right] \quad (12)$$

比较式(8),可看出式(12)中的第一项即为用核  $G$  计算  $x$  处的核密度估计:

$$\hat{f}_{h,G}(x) = \frac{c_{g,d}}{Nh^d} \sum_{i=1}^N g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right) \quad (13)$$

而第二项就是均值平移向量:

$$m_{h,G}(x) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^N g\left(\left\|\frac{x - x_i}{h}\right\|^2\right)} - x \quad (14)$$

由上分析可知,采用核函数的均值平移就是将当前的样本  $x_p$  不断移动到以  $x_p$  为中心,  $h$  为半径的超球体内的样本均值的迭代过程。

## 2 基于重采样策略的非参数核估计与边缘检测相融合的遥感图像分类算法实现

目前遥感图像分类面临的主要问题是分类精度与

算法复杂度的矛盾及算法缺乏鲁棒性。基于 Mean Shift 的特征空间非参数化核技术独立于具体应用领域,是一种鲁棒性聚类方法。不幸的是,在利用 Mean Shift 算法搜索某个样本点的局部邻域时,即“高维空间搜索”(Multidimensional Range Searching),相当耗时。而遥感图像信息量大,要考虑的样本数目也很大,有时,特征空间的一个非常小的区域就存在大量的样本,尤其是局部的密度峰值或其附近的位置。针对 Mean Shift 算法在遥感图像应用中的不足,笔者对其进行了改进,提出基于特征空间重采样策略的非参数核估计与边缘检测相融合的多模型分类算法。

### 2.1 图像 RGB 空间到 LUV 颜色空间的转换

RGB 颜色空间是图像处理中最基础、最常用的颜色空间。但是 RGB 颜色空间是一种非均匀颜色空间,直接利用这些分量进行遥感图像分类常得不到所需要的效果。为此,需要选择能较好表示图像的均匀颜色空间,1976 年 CIE 提出的 CIELUV 色度系统正是这样的一个颜色空间,其中 L 代表亮度指数, U、V 代表色度指数。

文中在进行遥感图像分类时,需要将图像 RGB 转到 LUV 颜色空间里处理,算法处理完后再次映射到 RGB 颜色空间显示。

### 2.2 基于 Embedded Confidence 边缘检测

为使图像分类取得较好效果,将 Embedded Confidence 边缘检测融入基于非参数核估计的遥感图像分类算法中。进行 Embedded Confidence 边缘检测主要是为得到梯度幅度概率  $\rho$  和置信度  $\eta$ , 然后根据  $\rho$  和  $\eta$  获取图像像素的权值系数  $w_{i,j}$ 。因此,将 Embedded Confidence 边缘检测融入基于均值平移的遥感图像分类中,其实质是将像素权值系数  $w_{i,j}$  融入图像分类中。

Embedded Confidence 边缘检测获取像素权值系数  $w_{i,j}$  的步骤如下:

(1) 求图像梯度幅值  $\hat{g}$  和边缘方向  $\hat{\theta}_e$ 。

$$\hat{g} = (\text{trace}^2[\mathbf{W}^T \mathbf{A}] + \text{trace}^2[\mathbf{W} \mathbf{A}])^{1/2} \quad (15)$$

$$\hat{\theta}_e = -\arctan\left(\frac{\text{trace}[\mathbf{W}^T \mathbf{A}]}{\text{trace}[\mathbf{W} \mathbf{A}]}\right) \quad (16)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -0.0078 & -0.0156 & 0 & 0.0156 & 0.0078 \\ -0.0312 & -0.0625 & 0 & 0.0625 & 0.0312 \\ -0.0469 & -0.0938 & 0 & 0.0938 & 0.0469 \\ -0.0312 & -0.0625 & 0 & 0.0625 & 0.0312 \\ -0.0078 & -0.0156 & 0 & 0.0156 & 0.0078 \end{bmatrix}$$

其中,  $\mathbf{W}$  为微分模板,  $\mathbf{A}$  为滑过图像的  $(2m+1) \times (2m+1)$  归一化数据窗口。

(2) 求梯度幅度概率  $\rho$  和置信度  $\eta$ 。

进行梯度估计后,图像中每个像素都对应着一个

边缘幅值  $\hat{g}$  和方向  $\hat{\theta}_e$ , 记  $\hat{g}_1 < \hat{g}_2 < \dots < \hat{g}_k < \hat{g}_{k+1} < \dots < \hat{g}_N$  为图像像素梯度幅值各不相同的有序序列,对图像中的每一个像素而言,利用累积梯度概率  $\rho_k$  代替它的边缘幅值  $\hat{g}_k$ :

$$\rho_k = \text{prob}[\hat{g} \leq \hat{g}_k] \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (17)$$

由边缘梯度方向  $\hat{\theta}_e$  得到置信度  $\eta$  的表达式为:

$$\eta = |\text{trace}[\mathbf{W}^T \mathbf{A}]| \quad (18)$$

根据  $\rho$  和  $\eta$  可将图像中每个像素点  $(i, j)$  和权值系数  $w_{i,j}$  联系起来,令:

$$w_{i,j} = a_{ij}\rho_{i,j} + (1 + a_{i,j})\eta_{i,j} \quad (19)$$

式中  $a_{i,j} \in [0, 1]$ , 是控制  $\rho$  和  $\eta$  的一个品质因素。

### 2.3 联合域中重采样策略的 Mean-Shift 滤波

设一幅遥感图像可表示为一个  $r$  维矢量空间,当  $r=1$  时表示灰度图;  $r=3$  时为彩色图像;  $r>3$  时,则为多光谱图像。将图像像素的位置空间称为空域,图像的灰度、色彩、光谱信息所在的空间称为特征域。联合域是指空域和特征域所组成的  $d=r+2$  维空间。联合域空间分析方法在样本聚类过程中通过空域中带宽参数  $h_s$  和特征域带宽参数  $h_r$  的选择同时考虑了空域和特征域信息,文中分类的滤波阶段就是在这样的空间里处理。

遥感图像信息量大,要考虑的样本数目很大,有时,特征空间的一个非常小的区域就存在大量的样本,尤其是局部的密度峰值或其附近的位置。为此,提出重采样策略:将原始样本集合分割成一系列( $m$  个)样本子集,用样本子集中心  $\{y_i, i=1, 2, \dots, m\}$  和各集合大小  $\{f_i, i=1, 2, \dots, m\}$  作为原样本分布描述,而均值平移向量就在重新构造的样本集合上计算得到。

重采样算法描述:设  $d$  维空间中原样本集合  $\varphi_0 = \{x_i | i=1, 2, \dots, N\}$ , 带宽参数为  $h$ , 循环次数  $k$  初始化为 1。

(1) 令  $\varphi_s = \varphi_0$ , 在集合  $\varphi_s$  中任选一像素  $x_s$ , 并在  $\varphi_s$  中寻找以  $x_s$  为中心, 边长为  $2h$  的超立方体区域内的像素集  $\varphi_{t-k} = \{x_i | |x_i - x_s| < h\}$ ;

(2) 设集合  $\varphi_{t-k}$  中的像素个数为  $f_k$ , 计算均值  $y_k = \frac{1}{f_k} \sum_{x_i \in \varphi_{t-k}} x_i$ ;

(3) 更新集合  $\varphi_s$ , 将属于  $\varphi_{t-k}$  中的元素从  $\varphi_s$  中删除,并重复步骤(1);

(4) 当集合  $\varphi_s$  中的像素个数小于阈值  $p_{th}$  时,则停止循环;

(5) 将当前集合  $\varphi_s$  中的像素,以及集合  $\{\varphi_{t-j} | \varphi_{t-j} < S_{th}, 1 \leq j \leq k\}$  中的像素  $x_i$ , 分配到像素个数大于阈值  $S_{th}$  的集合  $\{\varphi_{t-j} | \varphi_{t-j} < S_{th}, 1 \leq j \leq k\}$  中,分配标准为:  $x_i \in \arg\min |x_i - y_j|$ , 且  $|\varphi_{t-j}| > S_{th}$ 。

经过上述步骤后,得到一系列样本集合  $\varphi_{i-j}$ 、集合均值  $y_j$  及各集合大小  $f_j$ ,在重采样的数据集合上进行均值平移的滤波。

记  $\{z_i\}_{i=1,2,\dots,m}$  为联合域中  $d$  维遥感图像的像素点滤波后结果,则基于联合域重采样策略的 Mean-Shift 滤波算法步骤如下:

对于  $j=1,2,\dots,m$

(a) 初始化  $k=1, w_k = y_j$ ;

(b) 计算  $w_{k+1} = \frac{1}{m_k} \sum_{y_j \in S_h(w_k)} y_j$ , 直到收敛;

(c) 赋值  $z_i = (y_i^s, w_{conv}^r)$ , 直到所有样本都归类为止。

式(c)中上标  $s$  和  $r$  分别代表  $d$  维向量的空间域和特征域部分。

## 2.4 图像区域融合

采用连接算法将滤波平滑后的各像素连接成区域,将区域中像素小于  $M$  个像素的区域合并到差异最小的相邻较大区域上,消除斑点区域,以提高图像分类精度。

## 3 实验结果与分析

笔者在 VC++ 6.0 上编程实现了上述算法,并对一系列遥感影像进行了分类实验,取得了较好的效果。图 1(a)为卫星彩色遥感图像,其空间分辨率为 5 米,实验区主要有居民地、旱地、草地、河流、林地、道路、田地;其分类结果如图 1(b)所示,通过目视判读和实地考察,实验区各地物类别都得到了很好的分类。鉴于篇幅限制,对各实验图像都进行了适当缩小。

现有的遥感图像分类方法一般只适用于对应的应用领域,缺乏鲁棒性,即对某一类遥感图像的分类方法可能并不适合另一类图像的分类。为检验文中分类方

法的性能,又对雾气下的航拍彩色图像和噪声环境下灰度遥感图像进行了分类实验,如图 2 和图 3 所示。根据目视判读图像分类结果,可知算法具有较高分类精度和鲁棒性。

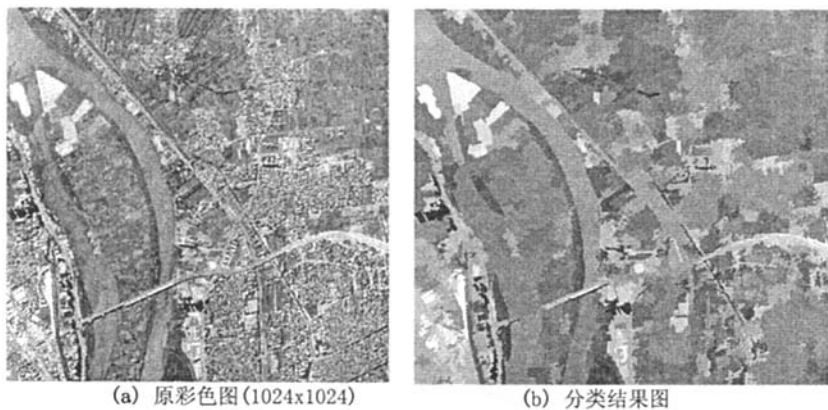


图 1 卫星彩色遥感图像分类实验结果

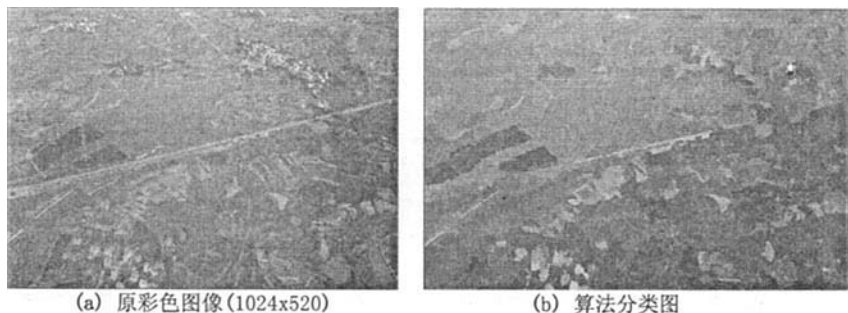


图 2 航拍彩色图分类结果

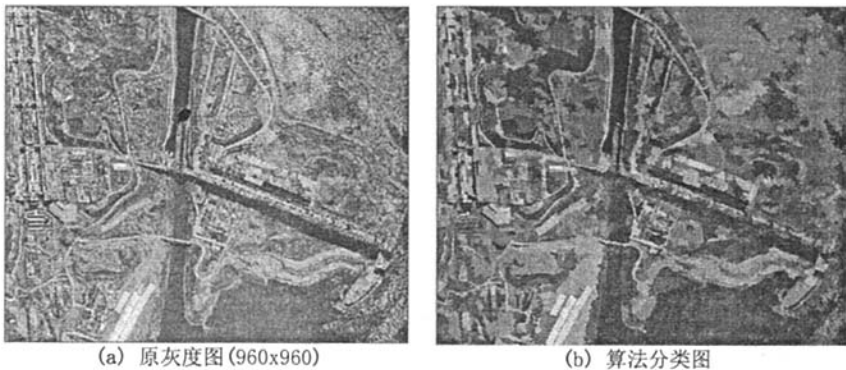


图 3 灰度遥感图像分类结果

## 4 结 论

因土地管理规划的需求,笔者编制了基于遥感图像地域信息的智能化分析软件,并在此基础上,利用上述算法对各种彩色和灰度遥感图进行了分类。实验结果表明,所提出的遥感图像分类算法是一种高精度、鲁

(下转第 168 页)

码)——34(16)——T(ASCII 码),得到的返回值为 14256。

下面标定实际需要的参数 07015: C(ASCII 码)——0(ASCII 码)——7(ASCII 码)——0(ASCII 码)——1(ASCII 码)——5(ASCII 码)——40(16)——T(ASCII 码)标定完成。其中校验和的计算方法为:  $C(\text{ASCII 码} - 43) + 0(\text{ASCII 码} - 30) + 7(\text{ASCII 码} - 37) + 0(\text{ASCII 码} - 30) + 1(\text{ASCII 码} - 31) + 5(\text{ASCII 码} - 35) = 140$  取后两位 40,以 16 进制输入。

数据的发送过程中输入 E 为终止数据发送,输入 K 可观察输入的参数的数值是否与计算的数值一致。

#### (4) 加球仪。

加球仪是基于 Microchip 的 8 位单片机 PIC16F628A 研制的。Microchip 的 8 位单片机具备 EEPROM 的技术优势,这对数据保存提供了很好的可靠性,同时也具有良好的性价比。另外在系统编程功能方面为写程序和调试都带来了很大的方便<sup>[5]</sup>。

加球仪上设有四个接线端子,分别为拉丝机同步端子、铂针端子、加球电机端子和 RS485 通信端子。加球电机端子接加球电机的开关触点(注:这两个端子电压为交流 220V);拉丝机同步端子直接接拉丝电机的开关触点,这两个端子是检测拉丝机是否工作(注:因现场需求,将该端子短接);铂针端子是用来检测液位的,这两个端子一个接铂针,一个接坩埚炉;RS-485 端子是加球仪和上位机通讯的接口。根据设定的通信协议,本系统中电熔仪表的地址(通过拨码开关实现)从 40 开始,41……,到 53,共 20 台。

(上接第 139 页)

棒性的分类方法。从分类实验可知,分类精度主要由空域带宽参数、特征域带宽参数及区域最小像素数决定。下一步需要深入研究的工作是分类精度参数的自适应确定,以及如何在分类算法中引入其他好的特征,如纹理和分形,以获取更好的分类效果。

#### 参考文献:

- [1] 杨凯. 遥感图像处理原理和方法[M]. 北京:测绘出版社,1988.
- [2] Ediriwickrema J, Khorram S. Hierarchical Maximum - Likelihood Classification for Improved Accuracies[J]. IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, 1997, 35(4): 810 - 816.
- [3] 王耀南. 小波神经网络的遥感图像分类[J]. 中国图像图形学报, 1999, 4(5): 368 - 371.
- [4] Kovacs A, Abonyi J. Visualization of fuzzy clustering results

加球仪始终按加球时间和加球间隔加球,和铂针无关,若铂针离开液面时间超过设定的报警时间,则应相应加大加球时间或者减小间隔时间。若修改后依然报警,则应检查现场是否堵球。

下位各个仪表和上位工控机的通信需要一个 RS232/RS485 转换器来实现,这是基于 RS485 的特点决定的。

## 4 结束语

本系统投入使用后,经过实践和进一步改善,在各方面都表现得很稳定。本系统已于 2005 年应用于九江长江玻璃纤维有限公司扩建项目中,得到了公司相关人员的好评,不仅提高了产品质量,同时也提高了生产效益,节省了工作人员,改善了工人的工作环境。在长时间使用期间本玻璃拉丝测控系统无论是在稳定性、实时性还是在安全性都表现良好,满足了用户的需求。

#### 参考文献:

- [1] 张庆阳,原思聪,严洁. 玻璃纤维机械炉温度控制系统的研究[J]. 微计算机信息,2005(9):22 - 24.
- [2] 余永权. ATMEL89 系列单片机应用技术[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2002.
- [3] 张立科. Visual Basic 6.0 程序设计参考手册[M]. 北京:人民邮电出版社,2003.
- [4] 王家桢,王俊杰. 检测技术与仪表[M]. 武汉:武汉理工大学出版社,2002.
- [5] 马忠梅,籍顺心. 单片机的 C 语言应用程序设计[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1999.
- by modified sammon mapping[C]//In Proceedings of the 3rd International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence. Hungary:[s. n.],2002:177 - 188.
- [5] Fukunaga K, Hostetler L D. The estimation of the gradient of a density function with applications in pattern recognition[J]. IEEE Trans Information Theory, 1975(21): 32 - 40.
- [6] Comaniciu D, Meer P. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(5): 603 - 619.
- [7] Parzen E. On estimation of a probability density function and mode[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1962, 33(8): 1065 - 1076.
- [8] Wand M P, Jones M. Kernel Smoothing[M]. [s. l.]: Chapman and Hall, 1995.
- [9] Scott D W. Multivariate Density Estimation[M]. [s. l.]: Wiley, 1992.