

一种全终端网络可靠性多目标优化模型及求解

罗景峰, 刘艳秋

(沈阳工业大学 运筹与控制研究所, 辽宁 沈阳 110023)

摘要:分析了全终端网络可靠性设计问题,针对单目标优化存在的不足,建立了一种更加贴近工程实际的极大化可靠度,同时极小化投资成本的多目标优化模型,并利用模拟退火算法对其进行了优化求解。计算机仿真实例表明:模拟退火算法在求解此问题时,无论是在 Pareto 解的数量上还是在 Pareto 解的范围上都能得到较好的优化效果。

关键词:多目标优化;主干网络;全终端可靠度;模拟退火算法;Pareto 最优解

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2007)08-0023-03

A Multi-Objective Optimization Model for All-Terminal Networks Reliability and Its Solutions

LUO Jing-feng, LIU Yan-qiu

(Research Institute of Operation and Control, Shenyang University of Technology, Shenyang 110023, China)

Abstract: The design problem of all-terminal networks reliability is analyzed. For the shortfall of single-objective optimization, a multi-objective optimization model which minimize the cost and maximize reliabilities is founded. The optimization model is solved by SA. Computer simulation shows that SA can get a satisfactory optimization result on range and quantity of Pareto optimal solutions.

Key words: multiple-objective optimization; backbone network; all-terminal reliability; simulated annealing algorithm; Pareto optimal solution

0 引言

网络可靠性优化设计问题是一个 NP-hard 组合问题,它包括:

- 1)以网络可靠度为约束条件,极小化投资成本;
- 2)以投资成本为约束条件,极大化网络可靠度;
- 3)在一定约束条件下,极大化网络可靠度,同时极小化投资成本。

其中,1)、2)属于单目标优化范畴,且二者都只反映了网络可靠性优化问题的一个方面,具有片面性;而3)属于多目标优化范畴,它兼顾了运营商和用户的利益,对二者追求目标进行了折中处理,更符合实际工程设计要求。目前,国内外对网络可靠性单目标优化问题研究较为深入,取得了一些成果^[1,2],但遗憾的是在网络可靠性多目标优化上研究尚很少,有待进一步深入研究。针对这一现状,文中以计算机通信主干网络

为研究实例,以最能体现主干网可靠性要求的网络全终端可靠度,即网络中每个节点对彼此能连通的概率为可靠性指标,建立了一种全终端网络可靠性多目标优化模型,并利用模拟退火算法对其进行优化求解,以获得该问题的 Pareto 最优解。

1 全终端网络可靠性多目标优化模型

1.1 多目标优化基本概念

多目标优化(Multi-objective Optimization)问题的定义^[3]为:寻找满足约束条件的决策变量使目标向量函数最优,即寻找决策变量 $\mathbf{X}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$ (通常不止一个),使向量函数 $f(\mathbf{X})$ 最优,最优的标准一般取函数极小化。其数学描述如下:

$$\min f(\mathbf{X}) = (f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_k(\mathbf{X})) \quad (1)$$

约束条件为 $g_i(\mathbf{X}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m, m$ 为约束条件的数目。

其中,决策向量 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$,由约束条件确定的决策向量的取值范围称为“可行区域”(Ω)。 $f_i(\mathbf{X}) (1 \leq i \leq k)$ 表示各子目标向量函数, k 为子目标的数目。

若希望多目标优化问题的各子目标同时达到最优

收稿日期:2006-10-12

基金项目:国家自然科学基金重大课题(70431003);辽宁省自然科学基金资助项目(2002107)

作者简介:罗景峰(1975-),男(蒙古族),辽宁阜新人,硕士研究生,研究方向为全终端网络可靠性模型与优化算法;刘艳秋,博士后,教授,研究方向为复杂系统可靠性的建模与优化。

值通常是不可能的,因此只能在它们之间进行折中处理,使各子目标函数尽量达到最优。

定义1:点 $X^* \in \Omega$ 为 Pareto 最优解(或称非劣解、有效解),当且仅当不存在 $1 \leq i \leq k, X \in \Omega$, 使 $f_i(X) < f_i(X^*)$ 。

根据该定义,多目标优化的非劣解仅是可接受的“不坏”解,且常具有很多个,即为一个集合。多目标优化问题的关键在于求出一组非劣解。

1.2 建立全终端网络可靠性多目标优化模型

全终端网络可靠性多目标优化设计是指在一定约束条件下,以极大化网络全终端可靠度,同时极小化链路投入总成本为目标,对通信主干网络链路拓扑进行优化设计的问题。对于该问题中涉及到的相关符号和假设条件描述如下:

符号说明:

N 为节点集合;

(i, j) 为两节点 i 和 j 间的链路;

p 为链路的可靠度;

x_{ij} 为决策变量,

$x_{ij} = \begin{cases} 0, & i \text{ 和 } j \text{ 之间无直接链路连接} \\ 1, & i \text{ 和 } j \text{ 之间有直接链路连接} \end{cases}$

X 为 $\{x_{12}, x_{13}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{N-1, N}\}$ 的一种链路组合;

$R(X)$ 为 X 的全终端可靠度;

R_0 为网络要求的可靠度;

$C(X)$ 为 X 对应的链路总成本;

C_s 为网络处于全连通状态时所有链路成本总和;

C_0 为链路总成本上限;

c_{ij} 为 (i, j) 的成本;

$\deg(i), i = 1, 2, \dots, N$ 为网络各节点的度。

假设条件:

- 1) 网络节点位置已知,并且是完全可靠的;
- 2) 每条链路的成本和可靠度是确定的;
- 3) 每条链路是双向的,并且在 i 和 j 两个节点间只能有一条链路;
- 4) 每个链路有两种状态,即正常和故障,并且链路故障是统计独立的;
- 5) 系统是不可修复的。

基于以上描述,建立问题的多目标数学模型如下:

$$\begin{aligned} \max & R(X) \\ \min & C(X) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } & R(X) \geq R_0 \\ & C(X) \leq C_0 \\ & \deg(i) \geq 2, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\deg(i) \geq 2, i = 1, 2, \dots, N$ 表示网络中每个节点的度都大于或等于2,即每个网络必须是一个满足度2约束的连通图^[4]。另外,对于模型中网络全终端可靠度的计算问题,由于以枚举为基础的精确计算方法在网络规模较大时,状态的组合呈指数增长,计算相当困难,它被证明是一个 NP-hard 问题^[5]。因此,在文中采用了一种有效的可靠度上界来评估网络的全终端可靠度,其计算公式^[6]为:

$$R_U(X) = 1 - \left[\sum_{i=1}^m \left(\left(\prod_{(k,i) \in E_i} (1 - p_{ki}) \right) \prod_{j=1}^{i-1} \left[1 - \frac{\prod_{(k,j) \in E_j} (1 - p_{kj})}{(1 - p_{ij})} \right] \right) \right] \quad (3)$$

其中, p_{ki} :从节点 k 到 i 之间链路的可靠度($p_{ki} = p_{ik}$); E_i :与节点 i 相连接的链路的集合; m :节点个数。

2 模型求解算法

文中为了求解上述多目标优化问题,令分目标函数 $f_1 = 1000(1 - R(X)), f_2 = C(X)$, 其中 $R(X) = R_U(X)$, 并采用一种集多解性、最优性、鲁棒性、快速性和通用性等诸多优点于一身的高效模拟退火算法^[7]。

具体流程如下:

Step0: 随机产生 L 个初始可行解 X_1, \dots, X_L 以及2个权值 w_1, w_2 , 其中 $w_i \in [0, 1]$ 且 $\sum_{k=1}^2 w_i = 1$, 评价其各独立优化目标 f_1, f_2 以及综合目标 $F = \sum_{i=1}^2 w_i f_i$, 确定初温 $t_0, t_0 = F_{\max} - F_{\min} / \ln P_r$, 其中 F_{\max}, F_{\min} 分别为初始 L 个解中最大、最小综合目标值, $P_r \in (0, 1)$ 为初始控制接受概率, 根据综合目标确定最优解 X^* , 并令其为当前解 X , 令 $k = 0$ 。

Step1: 由当前解 X 通过邻域函数产生新解 X' 直到其可行, 并评价其各优化目标和综合目标。

Step2: 若 $F_{X'} < F_X$, 则 $X = X'$ 进而若 $F_{X'} < F_{X^*}$, 则 $X^* = X'$; 否则若 $\exp[(F_X - F_{X'})/t_k] > \text{random}(0, 1)$, 则 $X = X'$; 再否则保留 X 。

Step3: 判断当前温度下抽样准则(采用定步长法, 用 S_1 表示)是否满足, 若是则继续下一步, 否则返回 Step1。

Step4: 进行退温操作, $t_{k+1} = \lambda \cdot t_k$ 并令 $k = k + 1$ 。

Step5: 判断算法终止准则(采用最优解滞留步数检验策略, 即若最优解在连续 S_2 步退温期间均不变, 则认为收敛)是否满足, 若是则结束搜索并输出 X^* , 否则返回 Step1。

3 实例仿真及分析

实验所采用计算机配置:CPU 为赛扬 800,内存为 256MB,操作系统为 Windows2000,实验软件采用 Matlab7.1。

实验中,取链路总成本上限 $C_0 = C_s \times 45\%$ 。

3.1 实例仿真

已知某计算机通信主干网络节点数 $N = 10$,现欲在一定约束条件下使网络可靠度尽量高且使铺设链路成本投入尽量小为目标,对其进行链路拓扑结构设计,并且给定链路成本(单位:元)矩阵为

0	7	12	9	21	30	8	45	70	27
	0	15	34	22	41	54	87	66	109
		0	14	88	26	11	33	44	55
			0	18	43	28	49	27	29
				0	17	31	36	40	75
					0	51	14	10	39
						0	86	71	12
							0	37	68
								0	90
									0

运用第 1 节中算法对该多目标优化问题进行求解,取 $L = 20, P_r = 0.1, S_1 = 50, S_2 = 100, \lambda = 0.9, R_0 = 0.95$,经计算 $C_0 = 810$ (元)。图 1 表示某一次随机运行时 Pareto 最优解的进化过程曲线,图 2 表示随机运行 50 次时 Pareto 最优解的分布情况,表 1 给出了 10 个典型 Pareto 最优解。

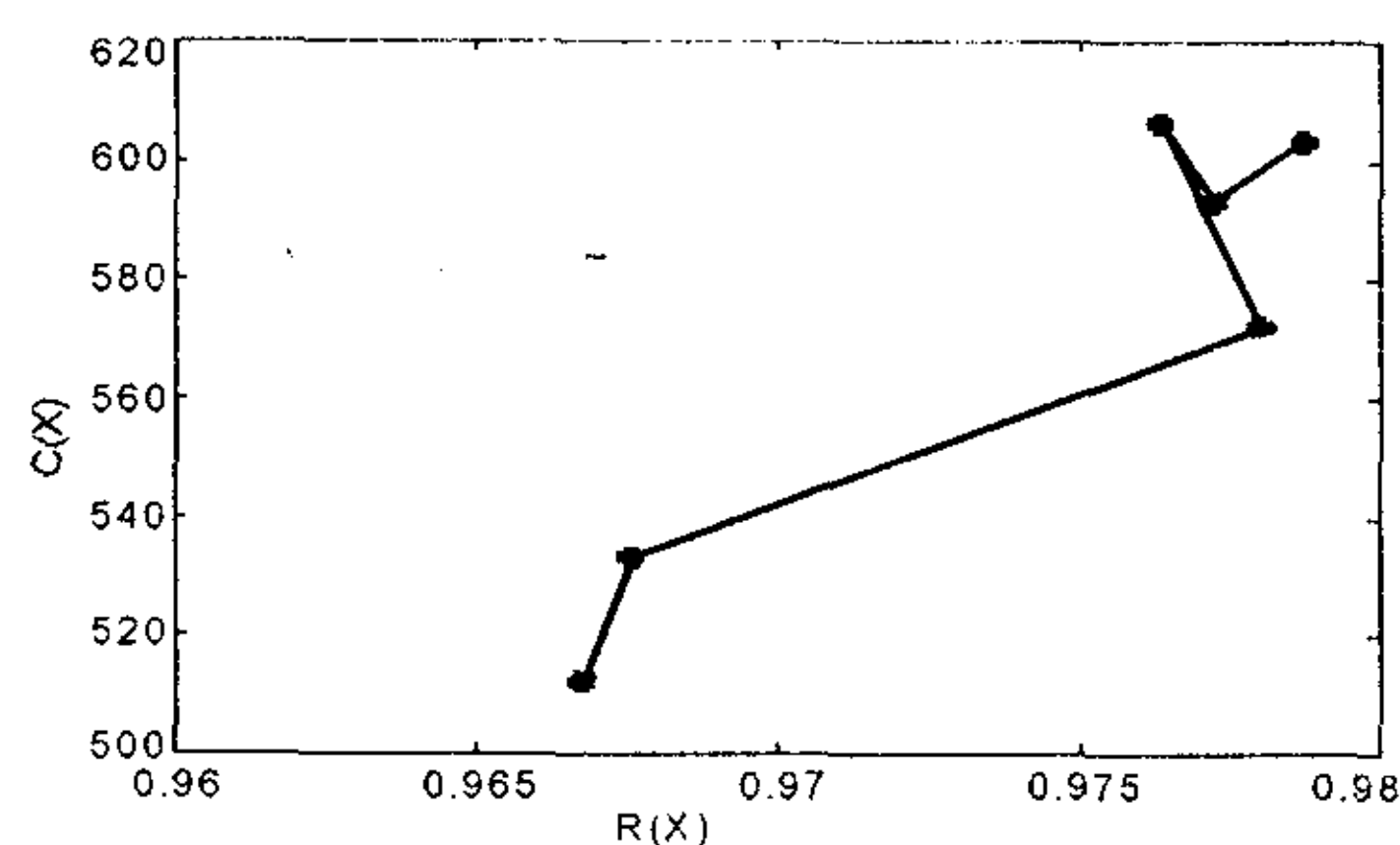


图 1 多目标最优解进化图

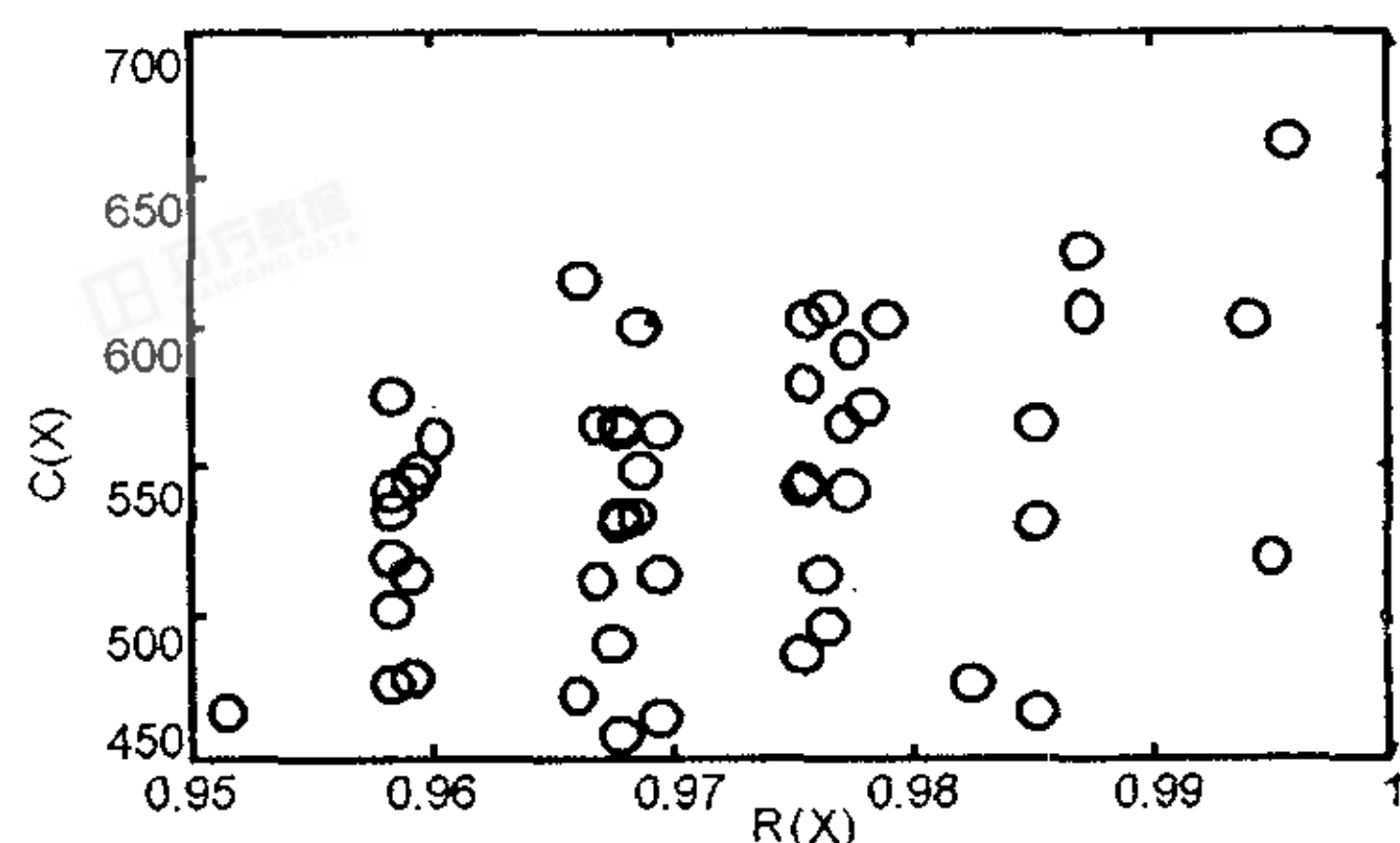


图 2 多目标最优解分布图

3.2 结果分析

(1)由图 1 可以看出,文中所采用优化算法在解决全终端网络可靠性多目标优化问题上,能够得到 Pare-

to 边界上多个不同方向上的一组有效解;

(2)由图 2 和表 1 可以看出,若运行次数足够多,则可以得到全终端网络可靠性多目标优化问题的所有 Pareto 最优解。

表 1 算法得到的多目标 Pareto 最优解

仿真次数	X	R(X)	C(X)
1	01100010110100100110100 0000010100001111000010	0.9763	556
2	00000001101011000001100 0000111110100000001110	0.9761	573
3	11101010000000010100001 0100001010010110010010	0.9753	543
4	01101100000010010001100 0011110110000001001100	0.9591	486
5	10010110010100010100100 0011001000010010010110	0.9857	570
6	11010000011010000101100 1000100011001010001001	0.9764	515
7	00000101010101010001010 0100111100000010011000	0.9675	527
8	10110100010010100000000 1101111010000010011010	0.9772	586
9	00010011101011000101001 1111000001000010000000	0.9676	566
10	11111000011000000100000 0101010100110100011100	0.9765	481

4 结 论

(1)文中建立的全终端网络可靠性多目标优化模型能够最大限度地满足用户和运营商的各自要求,使二者利益达到均衡,不失为进行计算机通信主干网络固有可靠性设计的一种有效模型。但此模型还存在一些不足,如未能考虑网络运行因素,如传输时延、阻塞率等;

(2)文中将模拟退火算法和全终端网络可靠性多目标优化问题相结合,对全终端网络可靠性优化问题进行求解,通过对优化结果分析可见,模拟退火算法在解决此问题上是比较有效的,能够得到该多目标优化问题的 Pareto 最优解集合。

参考文献:

- [1] Dengiz B, Altiparmak F, Smith A E. Efficient optimization of all-terminal reliability networks using an evolutionary approach[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1997, 41(1): 18-26.
- [2] 刘 强,李积源. 基于遗传算法的通信网络可靠性优化设计[J]. 海军工程大学学报, 2001, 13(6): 102-106.
- [3] Ringuest J L. Multiobjective optimization: behavioral and computational considerations[M]. Boston: Kluwer, 1992.
- [4] 王朝瑞. 图论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2001.
- [5] Politof T, Satyanarayana A. A linear time algorithm to com-

(下转第 28 页)

(4) 两合作者。两合作者之间的 T 轮博弈, 由于双方一直采用合作, 所以总收益为 $2T(u-v)$, 欺骗产生的收益为 0, 合作产生的收益为 $2T(u-v)$, 两参与者收益都为 $T(u-v)$ 。

(5) 两精明欺骗者。 T 轮都采用欺骗, 所以总收益为 0, 欺骗收益为 0, 合作收益为 0, 两人参与者收益都为 0。

(6) 两随机者。 T 轮都是 p 概率合作, 则有总收益为 $2Tp^2(u-v) + Tp(1-p)(u-v)$, 欺骗产生收益为 $Tp(1-p)u$, 合作产生的收益 $2Tp^2(u-v) - Tp(1-p)v$ 。

从以上(1)~(6)的微观分析可以看出, 不含欺骗时系统效率最高, 也最公平, 具体情况参考(4); 一旦存在欺骗与合作, 采取合作态度坚定的节点收益明显小于采取欺骗态度的, 参考(2), (3); 同时也可以看出总收益只与采取合作策略的次数有关, 极端情况可以看出(5)两个过分精明的人在一起做出不精明的事。

下面讨论一种直接有效、简单易行的方法来制约欺骗, 它的名字叫做以牙还牙, 通俗的理解是人家对我做什么, 我就对人家做什么。为了说明博弈怎么进行, 需要更精确的表述如下, 以牙还牙这个策略在开始一阶段博弈采取合作, 以后则模仿对手在前一阶段的行为。

引入以牙还牙机制的 P2P 系统, 在编写代码时, 每个节点自动写入以牙还牙的策略不需要使用者具备任何欺骗技巧。这样组成系统的是大量的以牙还牙节点, 同时也不可避免有少量系统安排的合作者, 由于网络故障引发的随机者和深入研究该系统的精明欺骗者, 下面再次从微观上对他们的 T 轮博弈行为进行分析。

(7) 以牙还牙 vs 精明欺骗。当考虑一个以牙还牙用户和一个企图欺骗的精明用户进行 T 轮的博弈, 当精明用户一直选欺骗, 则结果只能欺骗一次, 总收益为 $u-v$, 欺骗收益为 u , 合作收益为 0, 以牙还牙用户收益为 $-v$, 精明欺骗者收益为 u 。而精明欺骗者也可以选这样的策略, 前面 $(T-1)$ 次交互选择合作, 最后一次选择欺骗。这样两个人总收益为 $(2T-1)(u-v)$, 欺骗收益为 u , 合作的收益为 $(2T-2)u - (2T-1)v$, 以牙还牙用户收益为 $(T-1)u - Tv$, 精明欺骗者收益 $Tu - (T-1)v$ 。精明欺骗者可选择两个策略比较, 第二个策略比第一个策略的收益要高 $(T-1)(u-v)$, 所以他将采用第二策略。

(8) 以牙还牙 vs 合作者。在以牙还牙用户和一直采取合作策略的用户, 由于双方不存在欺骗所以总收益为 $2T(u-v)$, 欺骗产生的收益为 0, 合作产生的收益为 $2T(u-v)$, 以牙还牙用户收益为 $T(u-v)$, 合作者收益为 $T(u-v)$ 。

(9) 以牙还牙 vs 随机者。在以牙还牙用户和采用 p 概率合作的随机者进行 T 轮博弈, 总收益为 $(2Tp+1)(u-v)$, 以牙还牙者产生的收益为 $Tp(u-v) - v$, 而随机者产生的收益为 $Tp(u-v) + u$ 。

(10) 两以牙还牙者。由于在不被先欺骗的情况下以牙还牙一直采取合作, 所以 T 轮总收益为 $2T(u-v)$, 欺骗产生的收益为 0, 合作产生的收益为 $2T(u-v)$, 每个以牙还牙节点收益均为 $T(u-v)$ 。

以以牙还牙的思想去设计每个节点, 其结果是大量的以牙还牙节点取代之前的系统中的合作者, 导致的结果可以通过对比两系统主要存在的博弈(1)和(7), (2)和(9)以及(4)和(10)。结论是在基本不影响其它组合的博弈情况下, 有效地迫使原来的精明欺骗者放弃以前采取的 T 轮一直欺骗, 而转为在其参与的 T 轮期间, 采取 $(T-1)$ 轮合作而只在最后一轮采用欺骗。

以以牙还牙的思想去设计每个节点, 其结果是大量的以牙还牙节点取代之前的系统中的合作者, 导致的结果可以通过对比两系统主要存在的博弈(1)和(7), (2)和(9)以及(4)和(10)。结论是在基本不影响其它组合的博弈情况下, 有效地迫使原来的精明欺骗者放弃以前采取的 T 轮一直欺骗, 而转为在其参与的 T 轮期间, 采取 $(T-1)$ 轮合作而只在最后一轮采用欺骗。

4 结束语

在一个开放、公平而且不具备强有力的惩罚机制的系统中要设计弱者战胜强者的规则是不可能的, 所以尽量削弱恶意者和合作者之间技术的差异, 使他们的收益非常接近, 而以牙还牙, 在博弈论中的特点就是在博弈中收益和对手接近, 这样就达到设计系统的目的。由于实际中并没有实现类似的系统, 因此会在后期的工作中做出更深入的研究。

参考文献:

- [1] Li Gong. Peer-to-Peer Networks in Action[J]. IEEE Internet Computing, 2002(5):40-42.
- [2] 施锦铨. 策略与博弈[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2005:31-41.
- [3] 王则柯. 新编博弈论平话[M]. 北京: 中信出版社, 2005.
- [4] Haveson J. Napster[EB/OL]. <http://www.napster.com>, 1998.
- [5] 王先兵, 张荣, 胡建光. Gnutella 协议的研究[J]. 计算机工程, 2001, 27(11):56-58.

All-Terminal Network Reliability[EB/OL]. 1999-08-04. www.eng.auburn.edu/aesmith/postscript/bound.pdf.

- [7] 王凌, 郑大钟. 多目标优化的一类模拟退火算法[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(8):4-5.

(上接第 25 页)

pute the reliability of planar cube free networks[J]. IEEE Trans Reliability, 1990, 39(12):557-563.

- [6] Konak A, Smith A E. An Improved General Upper Bound for