

# 基于 AR 模型的齿轮箱振动故障检测

卢一相, 高清维, 张德祥

(安徽大学 电子科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

**摘要:**在分析了正常和故障状态下齿轮箱振动测试信号的基础上,提出了一种基于 AR 模型的齿轮箱振动故障检测的新方法,首先用正常状态下 AR 模型系数构造正常状态的特征向量及容差,然后将各状态下的 AR 模型系数与之比较,从而判断齿轮是否出现故障。实验结果表明,该方法是可行和有效的。

**关键词:**齿轮箱; AR 模型; 故障检测

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2007)06-0250-04

## Fault Detection of Gearbox Vibration Based on AR Model

LU Yi-xiang, GAO Qing-wei, ZHANG De-xiang

(School of Electronic Science and Technology of Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract:** A new method of fault detection based on AR model is presented after analyzing the vibration signals of normal and fault. Using the parameters of AR model established the characteristic vector and admissible error of normal state, and compared it with the parameters of other states, in order to judge the working states of the gearbox. The experimental results show that the proposed method is feasible and valid.

**Key words:** gearbox; AR model; fault detection

### 0 引言

齿轮箱是机械设备中最常见也是最重要的部件之一,一旦出现故障,将使整个设备陷于瘫痪状态,因此对其齿轮进行故障检测具有非常重要的意义。频谱分析法是常用的齿轮故障信号分析方法<sup>[1]</sup>,通过对齿轮箱振动测试信号进行频谱分析来区分齿轮的工作状态,从而进行故障检测;文献[2]利用小波变换方法对齿轮箱故障振动信号进行分析和处理,检测故障振动信号的故障特征,进而实现故障检测;文献[3]利用复杂度分析方法计算齿轮箱振动测试信号的复杂度,并将复杂性度量作为故障的特征参数来诊断故障;王华民等人<sup>[4]</sup>利用高阶累积量具有对加性高斯噪声和对称非高斯噪声不敏感的特性,实现了齿轮的故障诊断。然而故障振动信号较为复杂且随机性很强,上述方法对较为明显的故障信号检测是有效的,但有些情况效果并不理想。

文中以 AR 模型为基础,提出“系数-故障”的故

障检测思想,通过确定正常状态下的 AR 模型的特征向量及容差范围,观察其它状态下的 AR 模型系数是否落在容差范围内为依据,来判断齿轮是否出现故障。

### 1 AR 模型及其系数的求解算法

#### 1.1 AR 模型概述

参数模型法是现代谱估计的主要内容,其模型可简单地用图 1 表示。图 1 中输入激励  $u(n)$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的白噪声序列,  $H(z)$  表示一线性时不变系统,输出  $x(n)$  与待研究的过程等价。线性系统的传输函数为:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (1)$$
$$u(n) \rightarrow \boxed{H(z)} \rightarrow x(n)$$

图 1 参数模型简图

其中:

$B(z) = \sum_{k=0}^q b_k z^{-k}$  是系统的 MA(滑动平均)分支,  $b_k (k=0,1,2,\dots,q)$  和  $q$  分别是 MA 分支的系数和阶数;  $A(z) = \sum_{k=0}^p a_k z^{-k}$  是系统的 AR(自回归)分支,  $a_k (k=0,1,2,\dots,p)$  和  $p$  分别是 AR 分支的系数和阶数。

收稿日期: 2006-08-31

基金项目: 安徽省教育厅科研基金资助项目(2004kj009)

作者简介: 卢一相(1980-),男,安徽阜阳人,硕士研究生,研究方向为信号检测与处理;高清维,博士,教授,硕导,研究方向为信号处理。



如果MA分支中除了  $b_0 = 1$  之外,其它系数  $b_k = 0 (k = 0, 1, 2, \dots, q)$ , 即有  $H(z) = \frac{1}{A(z)}$ , 则该模型被称为严格的  $p$  阶AR模型, 可表示为AR( $p$ )模型, 其对应的差分方程和功率谱估计表达式可分别表示为:

$$x(n) = - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + u(n) \quad (2)$$

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma^2}{|A(e^{j\omega})|^2} = \frac{\sigma^2}{|1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j\omega k}|^2} \quad (3)$$

式(3)中,  $\sigma^2$  为白噪声的方差,  $\omega$  为角频率。

## 1.2 AR模型系数的求解算法

AR模型系数的求解算法有很多种, 如 Levinson Durbin 递推算法<sup>[5]</sup> (自相关法)、Burg 算法<sup>[6]</sup>、协方差方法和改进的协方差方法<sup>[7]</sup>、最大似然估计方法<sup>[8]</sup>等。由于改进的协方差方法能给出最好的谱估计性能, 因此文中采用改进的协方差方法来求解AR模型的系数, 其算法如下:

(1) 令前后向预测误差功率之和

$$\rho^{fb} = \frac{1}{2}(\rho^f + \rho^b) \quad (4)$$

为最小。其中:

$$\rho^f = \frac{1}{N-p} \sum_{n=p}^{N-1} |e_p^f(n)|^2 = \frac{1}{N-p} \sum_{n=p}^{N-1} \left| x(n) + \sum_{k=1}^p a^f(k) x(n-k) \right|^2 \quad (5a)$$

为前向预测误差功率;

$$\rho^b = \frac{1}{N-p} \sum_{n=0}^{N-1-p} |e_p^b(n)|^2 = \frac{1}{N-p} \sum_{n=0}^{N-1-p} \left| x(n) + \sum_{k=1}^p a^b(k) x(n+k) \right|^2 \quad (5b)$$

为后向预测误差功率, 且  $a^b(k) = a^{f*}(k)$ 。

(2) 令  $\rho^{fb}$  为最小时, 是令  $\rho^{fb}$  相对  $a_m(1), a_m(2), \dots, a_m(m) (m = 1, 2, \dots, p)$  都为最小。由于  $a^b(k) = a^{f*}(k)$ , 因此, 令

$$\frac{\partial \rho^{fb}}{\partial \hat{a}(i)} = 0 \quad (6)$$

其中:  $\hat{a}(i) = a^f(i) \quad i = 1, 2, \dots, p$

则得到

$$\begin{bmatrix} c_x(1,1) & c_x(1,2) & \cdots & c_x(1,p) \\ c_x(2,1) & c_x(2,2) & \cdots & c_x(2,p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_x(p,1) & c_x(p,2) & \cdots & c_x(p,p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}(1) \\ \hat{a}(2) \\ \vdots \\ \hat{a}(p) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_x(1,0) \\ c_x(2,0) \\ \vdots \\ c_x(p,0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{其中: } c_x(i, k) = \frac{1}{2(N-p)} \left[ \sum_{n=p}^{N-1} x^*(n-i) x(n-k) + \sum_{n=0}^{N-1-p} x^*(n+k) x(n+i) \right] \\ i, k = 1, 2, \dots, p$$

最小预测误差功率为:

$$\hat{\rho}_{\min} = c_x(0,0) + \sum_{k=1}^p \hat{a}(k) c_x(0,k) \quad (8)$$

解式(7)和式(8)即可得到AR模型的全部参数, 用 Marple 算法<sup>[9]</sup>可以实现式(7)的快速求解。

## 1.3 AR模型阶数的确定

在用AR模型进行谱估计时, 模型阶数的选择是非常关键的。因为用AR模型来拟合过程时, 总有一阶拟合得最好, 这时的阶数是最合适的。模型阶数低于最合适阶数时, 就如同用低阶曲线拟合高阶曲线, 会产生平滑的结果, 使有些信号分辨不出来; 而当阶数高于最合适阶数时, 则如同用高阶曲线拟合低阶曲线, 背景噪声会被作为真实信号拟合出来, 产生假峰, 并使计算量加大。因此为提高谱估计的质量, 必须进行模型阶数的判定。目前常用的阶数最优值选取准则有两种<sup>[10]</sup>:

(1) 最终预测误差(FPE)准则。

$$\text{FPE}(k) = \rho_k \frac{N + (k+1)}{N - (k+1)} \quad (9)$$

其中:  $N$  为信号取样点数,  $\rho_k$  为预测误差功率,  $\text{FPE}(k)$  取最小值时对应的  $k$  值就是AR模型的最佳阶数。

(2) 信息论准则(AIC)。

$$\text{AIC}(k) = N \ln(\rho_k) + 2k \quad (10)$$

其中:  $N$  为信号取样点数,  $\rho_k$  为预测误差功率,  $\text{AIC}(k)$  取最小值时对应的  $k$  值就是AR模型的最佳阶数。

## 2 基于“系数-故障”的故障检测算法

用参数模型法对过程进行谱估计时, 首先是建立合适的模型, 一个状态(或过程)对应一个模型, 不同模型的区别主要是阶数和系数的不同。当系统的状态发生改变时, 模型也将发生改变, 即阶数和系数的改变。反过来, 当用与正常状态阶数相同的模型去估计故障状态时, 其模型系数必然发生很大的变化。基于这一点, 提出一种基于“系数-故障”的故障检测新算法, 该算法具体如下:

(1) 对正常状态的测试信号, 利用上述方法求出模型的阶数  $p$  和各系数  $a_k (k = 0, 1, 2, \dots, p)$ 。

(2) 构造正常状态的特征向量。由于系统发生故障时, 模型各系数会发生变化, 因此以正常状态下的模型各系数为元素构造一个特征向量。特征向量  $T$  可以如下构造:



$$T_{\text{正常}} = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_m] \quad (m = 1, 2, \cdots, p) \quad (11)$$

(3) 确定特征向量的特征值及容差范围。这里以实验统计的方法确定特征值和容差范围, 设向量  $T$  的第一个元素  $a_1$  的特征值为  $C_1$ , 容差为  $\Delta C_1$ ; 第二个元素  $a_2$  的特征值为  $C_2$ , 容差为  $\Delta C_2$ ; 其它依次类推, 即第  $m$  个元素的特征值为  $C_m$ , 容差为  $\Delta C_m$ 。

$C_i$  和  $\Delta C_i$  ( $i = 1, 2, \cdots, p$ ) 可以通过式(12) 和式(13) 求出。

$$C_i = \frac{\sum_{k=1}^n C_{ik}}{n} \quad (12)$$

其中:  $n$  为试验次数。

$$\Delta C_i = k\sigma = k \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (C_{ik} - C_i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

( $k = 2, 3$ )

因此,

$$T_{\text{正常}} = [C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_m]$$

$$\Delta T_{\text{正常}} = [\Delta C_1 \ \Delta C_2 \ \cdots \ \Delta C_m]$$

$$(m = 1, 2, \cdots, p)$$

(4) 用与正常状态阶数相同的模型对其它任意状态振动信号进行谱估计, 计算出其模型系数, 并以此系数作为该状态的特征向量  $T_{\text{任意}}$  的特征值。

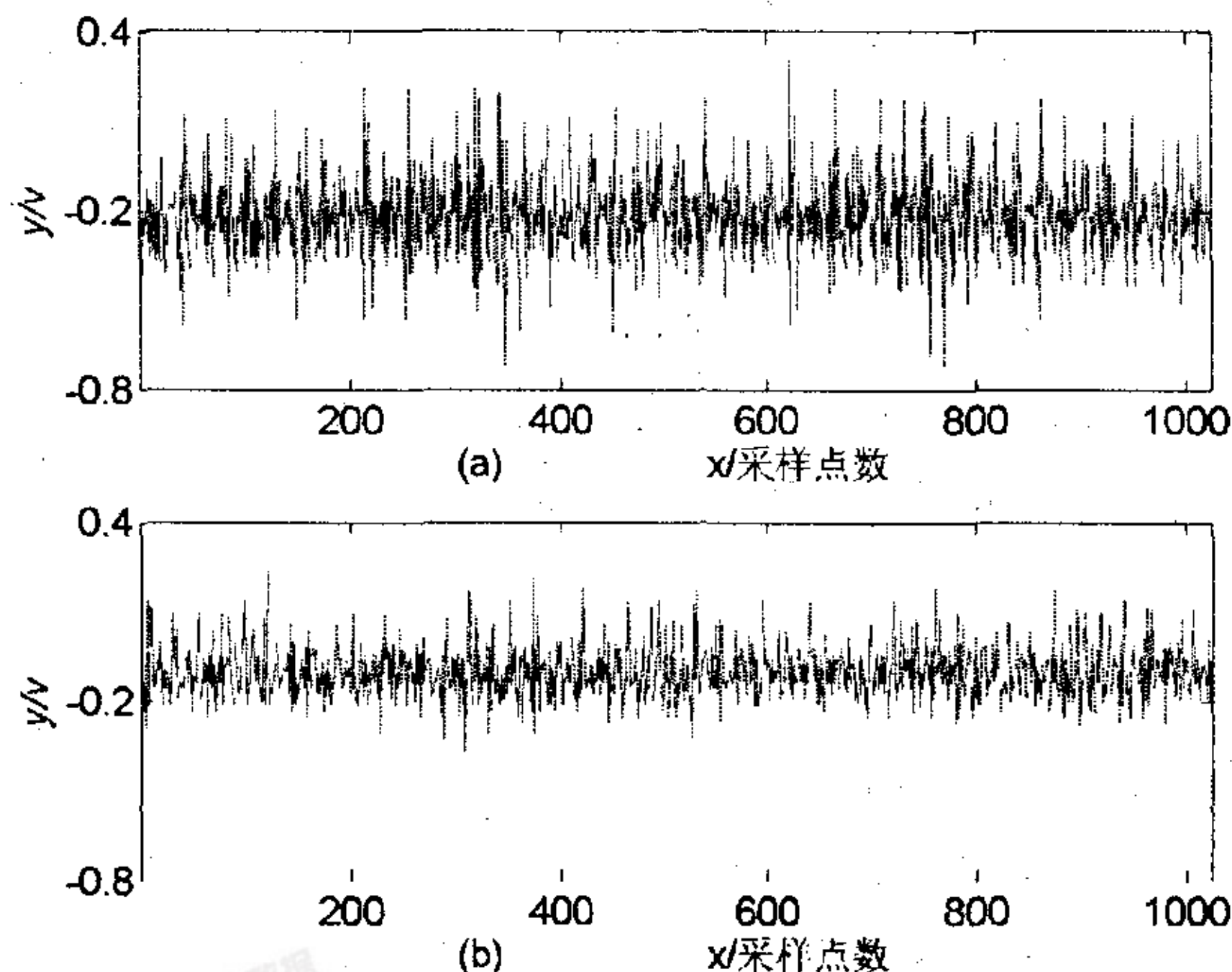
(5) 通过判断  $T_{\text{任意}}$  是否属于  $T_{\text{正常}} \pm \Delta T_{\text{正常}}$  来检测系统是否出现故障。

### 3 实验结果与分析

实验中采用的数据是 130 汽车的齿轮变速箱振动信号, 齿轮轴的转速为 500rpm。

●实验 1 用第一档齿轮的振动测试信号进行验证上述算法。

图 2(a) 是齿轮变速箱第一档正常齿轮的振动测试信号, 图 2(b) 是第一档坏齿轮的振动测试信号。



(a) 正常齿轮的振动信号 (b) 坏齿轮的振动信号

图 2 第一档齿轮振动测试信号

实验中取  $n = 10$  组正常状态数据, 每组数据的长度为  $N = 1024$  点, 由式(9) 求得的模型阶数为  $p = 6$ , 对 10 组数据处理后得到的结果如表 1 所示。

表 1 正常状态模型系数表

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	1.0000	-0.1402	-0.0617	-0.2186	-0.3191	-0.0902
2	1.0000	-0.1591	-0.0142	-0.2436	-0.3591	-0.0205
3	1.0000	-0.1562	-0.0376	-0.2220	-0.3389	-0.0483
4	1.0000	-0.1557	-0.0418	-0.2218	-0.3394	-0.0484
5	1.0000	-0.1632	-0.0405	-0.2235	-0.3376	-0.0459
6	1.0000	-0.1361	-0.0595	-0.2208	-0.3345	-0.0868
7	1.0000	-0.1504	-0.0525	-0.2336	-0.3157	-0.0840
8	1.0000	-0.1721	-0.0116	-0.2368	-0.3472	-0.0193
9	1.0000	-0.1632	-0.0144	-0.2370	-0.3584	-0.0249
10	1.0000	-0.1561	-0.0435	-0.2212	-0.3366	-0.0493

由表 1 可以求得正常状态下的特征向量  $T_{\text{正常}}$  为:

$$T_{\text{正常}} = [1.0000 \ -0.1552 \ -0.0377 \ -0.2279 \ -0.3387 \ -0.0517]$$

容差范围为 ( $k = 2$ ):

$$\Delta T_{\text{正常}} = [0 \ 0.0215 \ 0.0371 \ 0.0179 \ 0.0284 \ 0.0540]$$

用阶数  $p = 6$  的模型对正常和故障状态下的几组振动信号进行估计, 每组数据的长度也为  $N = 1024$  点, 所得的模型系数如表 2 和表 3 所示。

表 2 正常状态下的模型系数表

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	1.0000	-0.1631	-0.0395	-0.2254	-0.3203	-0.0490
2	1.0000	-0.1750	-0.0214	-0.2326	-0.3395	-0.0168
3	1.0000	-0.1459	-0.0334	-0.2347	-0.3549	-0.0576

表 3 故障状态下的模型系数表

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	1.0000	-0.1431	-0.2147	-0.1166	-0.0799	-0.1719
2	1.0000	-0.1797	-0.1957	-0.1197	-0.0920	-0.0529
3	1.0000	-0.3039	-0.1129	-0.1216	-0.0511	-0.0534

表 2 中数据为用第一档正常齿轮的振动测试信号所求得的模型系数。表 3 中数据为用同一档坏齿轮的振动测试信号所求得的模型系数。从表 2 中的数据可以看出, 正常状态的模型系数全都落在容差范围之内, 也即属于  $T_{\text{正常}} \pm \Delta T_{\text{正常}}$ ; 从表 3 中的数据可以看出, 故障状态的模型系数都或多或少地有几个系数不落在容差范围之内。

●实验 2 用第三档齿轮的振动测试信号进行验证上述算法。

实验中取  $n = 10$  组正常状态数据, 每组数据的长度为  $N = 1024$  点, 由式(9) 求得的模型阶数为  $p = 5$ , 经处理后得到:

$$T_{\text{正常}} = [1.0000 \ -0.1002 \ -0.0063 \ -0.1990 \ -0.1249]$$

容差范围为 ( $k = 2$ ):



$\Delta T_{正常} = [0 \ 0.0311 \ 0.0044 \ 0.0215 \ 0.0087]$

用阶数  $p = 5$  的模型对正常和故障状态下的几组振动信号进行估计, 每组数据的长度也为  $N = 1024$  点, 所得的模型系数如表 4 和表 5 所示。

表 4 正常状态下的模型系数表

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1	1.0000	-0.0831	-0.0070	-0.2128	0.1281
2	1.0000	-0.0804	-0.0030	-0.2074	0.1219
3	1.0000	-0.1102	-0.0078	-0.1837	0.1201

表 5 故障状态下的模型系数表

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1	1.0000	-0.5390	0.1254	-0.0232	0.2494
2	1.0000	-0.5120	0.1216	-0.0457	0.2914
3	1.0000	-0.5348	0.1407	-0.0460	0.2561

表 4 中数据为用第三档正常齿轮的振动测试信号所求得的模型系数。表 5 中数据为用同一档坏齿轮的振动测试信号所求得的模型系数。从表 4 中的数据可以看出, 正常状态的模型系数全都落在容差范围之内, 也即属于  $T_{正常} \pm \Delta T_{正常}$ ; 从表 5 中的数据可以看出, 故障状态的模型系数都或多或少地有几个系数不落在容差范围之内。从实验 1 和实验 2 中可以看出, 根据模型系数的取值可以区分正常和故障状态的齿轮, 从而实现了齿轮箱的故障检测。

4 结 语

在分析了 AR 模型系数的基础上, 提出了基于“系

数-故障”的故障检测思想的新方法, 该方法通过判断模型系数是否落在正常状态的容差范围内, 能有效地检测齿轮的工作状态, 且这种方法具有算法简单、结果直观等优点。

参考文献:

[1] 金少先, 金中石. 齿轮振动的边带分布特征与故障诊断实例[J]. 振动工程学报, 1999, 12(3): 429-433.

[2] 徐 科, 杨德斌, 徐金梧. 小波变换在齿轮局部缺陷诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 1999, 35(3): 105-107.

[3] 高清维, 李川奇, 庄镇泉. 齿轮箱振动信号的复杂度分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2002, 16(2): 1-4.

[4] 王华民, 陈 霞, 安 钢, 等. 基于高阶累积量的齿轮箱故障诊断研究[J]. 机械强度, 2004, 26(3): 247-249.

[5] 王世一. 数字信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2004: 323-325.

[6] Burg J P. Maximum entropy spectral analysis[D]. Stanford, CA: Dept. of Geophysics, Stanford Univ., 1975.

[7] Marple S L. A new autoregressive spectrum analysis algorithm[J]. IEEE Trans on ASSP, 1980, 28: 441-454.

[8] Kay S M. Modern Spectral Estimation: Theory and Application[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1988.

[9] Marple S L. Digital Spectral Analysis with Applications[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987.

[10] 胡广书. 数字信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 365-366.

(上接第 129 页)

```
if(argc > 2){printf("echoing messages to all streams \n");echo_
to_all=1;}

sock_fd = socket(AF_INET, SOCK_SEQPACKET, IP-
PROTO_SCTP);

/* 设置服务器地址:从表达格式转换成数值格式,并和端
口号组合成请求的目的地 */
bzero(&servaddr, sizeof(servaddr));
servaddr.sin_family = AF_INET;
servaddr.sin_addr.s_addr = htonl(INADDR_ANY);
servaddr.sin_port = htons(SERV_PORT);

/* 设置一到多 SCTP 套接口的通知预订 */
setsockopt(sock_fd, IPPROTO_SCTP, SCTP_EVENTS,
&evnts, sizeof(evnts));

/* 调用函数来请求服务 */
serviceRequest(stdin, sock_fd, (SA *) $servaddr, sizeof(serv-
vaddr));

close(sock_fd);
```

5 展 望

SCTP 是为传输信令业务流而开发的。但是它本身所具有的、优于 UDP, TCP 的一些先进协议机制, 如

选择性确认、快速重传、无序递交和支持多种网络特性等, 使得 SCTP 能够在一定程度上满足高性能传输的要求。这会给它带来更为广泛的应用需求。目前已有各种操作系统支持 SCTP, 如 Linux, AIX, solaris, Free BSD 和 Windows。SCTP 会成为下一代 IP 网络面向连接的可靠的传输层协议而取代 TCP 的地位, 在下一代网络以及下一 VoIP 业务网中会有更为广泛的应用空间。

参考文献:

[1] IETP RFC 2960. Stream Control Transmission Protocol[S]. 2000.

[2] IETF RFC 3257. Stream Control Transmission Protocol Applicability System[S]. 2000.

[3] Forouzan B A, Fegan S C. TCP/IP 协议族[M]. 谢希仁译. 北京: 清华大学出版社, 2006.

[4] Stevens W R. UNIX 环境高级编程[M]. 尤晋元等译. 机械工业出版社, 2002.

[5] Haviland K, Gray D, Salama B. UNIX 系统编程[M]. 舒明译. 电子工业出版社, 2003.