

基于改进约束最小二乘方法的图像复原算法

钱春强,王继成

(同济大学 电子与信息工程学院,上海 200331)

摘要:约束最小二乘方法(约束最小二乘方滤波器)在图像复原的应用过程中普遍只要求噪声方差和均值的知识,对处理的每一幅图像都能产生最优效果,因而得到了广泛应用。文中提出的图像复原算法就是基于约束最小二乘方法的,并对其进行了改进。通过实验证明,用该改进的图像复原处理方法复原的图像比用维纳滤波方法复原的图像更加平滑,复原图像的信噪比也更大。另一方面,改进的约束最小二乘方法复原的图像比平滑约束最小平方方法复原的图像具有更加突出的边缘,而且同样具有更高的信噪比。适当应用该方法,能够体现出维纳滤波和平滑约束最小平方滤波这两种基本的约束最小二乘方滤波相结合的效果优势。

关键词:退化模型;图像复原;约束最小二乘;信噪比

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2007)06-0009-03

An Algorithm of Image Restoration Based on Improved Constrained Least Square Methods

QIAN Chun-qiang, WANG Ji-cheng

(School of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200331, China)

Abstract: Constrained least square methods (constrained least square filters) are widely used because commonly only little knowledge of noise is needed when they are used in the processing of image restoration, and they can get excellent effects of restoration for every image. The method posed by this article is based on constrained least square methods, but it is improved. The restored image processed by this method is smoother than that by Wiener filter, and it will have better SNR. On the other hand, the gray-level contrast of image proceeded by this improved method is compared with that of the image processed by the smoothing constrained least square filter, also it will have better SNR. Multiple effects of the two basic constrained least square methods can be got while this method is applied properly.

Key words: degradation model; image restoration; constrained least squares; SNR

0 引言

所谓图像复原,是在研究图像退化原因的基础上,以被退化的图像为依据,根据某些先验知识,设计一种数学模型(或者选择一种算子),从而估算出理想像场的一类操作。图像复原是一类复杂的图像处理问题,传统的方法有逆滤波、Wiener滤波、约束最小平方滤波等滤波方法;也有伪逆法、投影迭代法等代数方法。虽然它们都能在一定程度上从特定因素的退化图像中复原出原图像的近似图像,但是都不可避免地存在一定的缺陷。约束最小二乘方法(约束最小二乘方滤波器)由于在图像复原的应用过程中普遍只要求噪声方差和均值的知识,具有对处理的每一幅图像都能产生

最优效果的特点而受到了广泛的应用^[1,2]。文中提出的图像复原算法是基于约束最小二乘方法的,并对其进行了改进。

1 图像的退化模型

图像复原的关键问题在于建立起图像退化的模型,在通常的情况下,只考虑线性、空不变的系统,并且引入的噪声为加性噪声,那么整个图像的退化模型可以表示成:

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta + n(x, y)$$

其中, $g(x, y)$ 表示经过成像系统退化了的图像, $f(x, y)$ 表示原图像, $n(x, y)$ 表示加性噪声, h 表示为系统的点扩展函数。此式为时域中的表示形式,对应到频域,并根据卷积形式的时频域关系,有:

收稿日期:2006-08-21

作者简介:钱春强(1982-),男,硕士研究生,研究方向为数字图像和语音处理;王继成,教授,研究员,研究方向为模式识别与智能系统、数字图像和语音处理。

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

$G(u, v), F(u, v), H(u, v), N(u, v)$ 分别是 $g(x, y), f(x, y), h(x, y), n(x, y)$ 的傅里叶变换^[1]。

2 两种基本的约束最小二乘方滤波器

2.1 维纳滤波器及参变维纳滤波器

一般情况下,维纳滤波器的形式表示为:

$$\hat{F}(u, v) =$$

$$\left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v)/S_f(u, v)} \right] G(u, v)$$

其中, $S_n(u, v) = |N(u, v)|^2$ 和 $S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ 分别是 $n(x, y)$ 和 $f(x, y)$ 功率谱密度。在更多的情况下,为了获得更好的效果,常常以参变维纳滤波器代替维纳滤波器,参变维纳滤波器的形式为:

$$\hat{F}(u, v) =$$

$$\left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + r[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v)$$

通过分析式子可以发现,无论 $H(u, v)$ 是否为零,分母由于 $S_n(u, v)/S_f(u, v)$ 的存在和人为地设置 r 值,不会出现零值的情况。 r 为一个可调节的参数,可见维纳滤波器只是参变维纳滤波器在 $r = 1$ 时的特例。也正是引入了参数 r ,使得参变维纳滤波器对噪声放大有更好的自动抑制作用。由于噪声在通常情况下都是集中在高频区的,而在高频区,图像的信噪比很小,即 $S_n(u, v) \gg S_f(u, v)$,所以滤波器在滤波的同时抑制了噪声,维纳滤波器在滤波过程中减少了对噪声的放大作用,这是它的显著特点。

2.2 平滑约束最小平方滤波器

平滑约束最小平方方法是个最佳化问题的频域解决方法,它的表达式由下式给出:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + r[P(u, v)]^2} \right] G(u, v)$$

其中, $P(u, v)$ 是 $P(x, y)$ 由延伸后的矩阵的二维傅里叶变换。 $P(x, y)$ 称为高通卷积核,表示为如下矩阵形式:

$$P(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Q 为平滑矩阵(也称为分块循环矩阵),由拉普拉斯算子得出,每一分块 Q_j 都是由 $P(x, y)$ 延伸后的矩阵的第 j 行组成的 $N \times N$ 循环矩阵。这样一来,有了平滑矩阵的概念后,整个最佳化问题的解决方法在数学上是使 $\hat{J}Q^T Q \hat{F}$ 最小,且满足约束条件

$\|g - H\hat{F}\|^2 = \|n\|^2$ 的最优估计问题^[3]。平滑约束最小平方滤波器的名称的由来也正是因为 r 的取值

控制着对估计图像所加平滑性约束的强度和 $P(u, v)$ 的形状决定了不同频率所受平滑性影响的程度。

3 改进的约束最小二乘方图像复原算法

在约束最小二乘方算法思想的基础上,设定线性算子 C_1 和 C_2 ,从而把图像的复原看成是对形式为 $\|C_1\hat{f}\|^2 + \|C_2\hat{f}\|^2$ 且服从约束条件 $\|g - H\hat{f}\|^2 = \|n\|^2$ 的函数求极小值的解的问题^[3,4]。该问题的解决运用微分学中的拉格朗日乘数法,改变约束条件的形式,再加上 $\|C_1\hat{f}\|^2 + \|C_2\hat{f}\|^2$,配合拉格朗日乘子 λ 构成的准则函数是:

$$J(\hat{f}) = \|C_1\hat{f}\|^2 + \|C_2\hat{f}\|^2 + \lambda(\|g - H\hat{f}\|^2 - \|n\|^2) \quad \lambda = \frac{1}{r}$$

$J(\hat{f})$ 对 \hat{f} 的极小值用微分式求得如下:

$$\frac{\partial J(\hat{f})}{\partial \hat{f}} = 2C_1^T C_1 \hat{f} + 2C_2^T C_2 \hat{f} - 2\lambda H^T g + 2\lambda H^T H \hat{f} = 0$$

$$\hat{f} = (H^T H + \frac{1}{\lambda} C_1^T C_1 + \frac{1}{\lambda} C_2^T C_2)^{-1} H^T g$$

取符号 R_f 和 R_n 分别为 f 的自相关矩阵和 n 的自相关矩阵。根据参变维纳滤波法和平滑约束最小平方滤波法分别定义 $C_1^T C_1 = R_f^{-1} R_n$, $C_2^T C_2 = Q^T Q$,则近似图像的表达式演变成:

$$\hat{f} = (H^T H + \frac{1}{\lambda} R_f^{-1} R_n + \frac{1}{\lambda} Q^T Q)^{-1} H^T g$$

由矩阵论中的推演,可以分别设分块循环矩阵 H , f 的自相关矩阵 R_f 和 n 的自相关矩阵 R_n ,以及上式中的 Q 相应的对角阵为 D, A, B, E ,即有以下式子成立:

$$H = WDW^{-1}, R_f = WAW^{-1}, R_n = WBW^{-1}, Q = WEW^{-1}$$

于是,关于 \hat{f} 的式子可以写成:

$$\hat{f} = (WD^* DW^{-1} + \frac{1}{\lambda} WA^{-1} BW^{-1} + \frac{1}{\lambda} WE^* EW^{-1})^{-1} WD^* W^{-1} g$$

对应到频域最后整理为下式:

$$\hat{F} = (u, v)$$

$$\left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \frac{[S_n(u, v)/S_f(u, v)]}{\lambda} + \frac{[P(u, v)]^2}{\lambda}} \right] \cdot$$

$$G(u, v)$$

4 实验结果及对比

用该改进的图像复原处理方法复原的图像比用维纳滤波方法复原的图像更加平滑,复原图像的信噪比也更大。另一方面,改进的约束最小二乘方法复原的

图像比平滑约束最小平方法复原的图像具有更加突出的边缘,而且同样具有更高的信噪比。图1是用于实验的原始图像,图2是由原始图像退化得到的模糊图像^[5](峰值信噪比为9.82dB)。



图1 原图像



图2 退化后的模糊图像

这种改进的约束最小二乘方图像复原方法在处理退化图像的低频区时,由于信噪比很高,即 $S_n(u, v) \ll S_f(u, v)$, 所以其效果类似于平滑约束最小平方滤波,表现有低通的性质。参变维纳滤波器增强低频段中偏高的频率,在视觉上表现为一些不必要的细节增强,而改进后的滤波器中由于 $P(u, v)$ 的存在和作用抑制了低频段中偏高的频率,视觉上是平滑了部分多余的细节,所以该方法比参变维纳滤波方法恢复的图像在低频区内更平滑。而在高频区,信噪比很低,即 $S_n(u, v) \gg S_f(u, v)$, 于是 $S_n(u, v)/S_f(u, v)$ 取较大的值,抑制了噪声的同时也抑制了某些有用的细节,但是 $P(u, v)$ 的高通性质却弥补了这一缺点,使得一些无意抑制的细节得以再现。维纳滤波复原的图像如图3所示($r=2.9$, 峰值信噪比为14.68dB), 平滑约束最小平方滤波复原的图像如图4所示($r=0.31$, 峰值信噪比为21.99dB)。

在进行图像复原时,由于退化算子矩阵 H 的某些性质,多数在零点附近数值起伏过大,使得复原后的图像产生了多余的噪声和边缘。通过合理选择 C_2 , 并优化 $\|C_2 \hat{f}\|^2$, 可以去掉复原的图像的这种尖锐的部

分,即增强了图像的平滑性;而同时维纳滤波对图像也具有锐化作用,这两种方式的结合,使得运用改进的最小二乘方滤波法具有两者的优点。适当地运用该方法,能够体现出维纳滤波和最小平方法相结合的效果优势。图5($r=0.20$, 峰值信噪比为25.08dB)是用改进的最小二乘方滤波法复原的图像,对比图3和图4可看出它明显优越的效果^[6]。



图3 维纳滤波复原的图像



图4 平滑约束最小平方滤波复原的图像



图5 改进的约束最小二乘方滤波复原的图像

参考文献:

- [1] 冈萨雷斯. 数字图像处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [2] 黄爱民, 安向京. 数字图像处理与分析基础[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.
- [3] 吉亚列. 矩阵数值分析与最优化[M]. 北京: 高等教育出版

内存,80G 并口硬盘。系统采用 Windows 2003 Server, 算法采用的编程语言是 Matlab。通过进行 2-项集搜索测试,得到遍历时间与项目集数量的变化曲线,如图 1 所示。

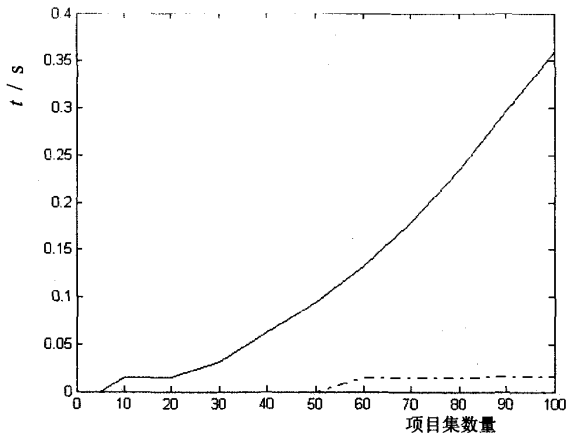


图 1 搜索时间随项目增多的变化

图 1 横坐标表示项目集数量的变化,纵坐标表示运行时间的变化。2-项集的数量从 5 开始变化到 100,采用存放在普通表格和文中提出的 Hash 表结构分别进行了两次实验。前者实验结果为实线,后者实验结果为点划线。

在对全部的 2-项集挖掘后,得到如图 2 所示的仿真结果,其中横坐标表示设定的最小支持度,纵坐标表示运行时间,单位为秒。本实验的测试环境是在 2-项集为 500 时作的大项目集挖掘,其中虚线为候选集的输入时间,实线为 Apriori 算法下进行的顺序遍历

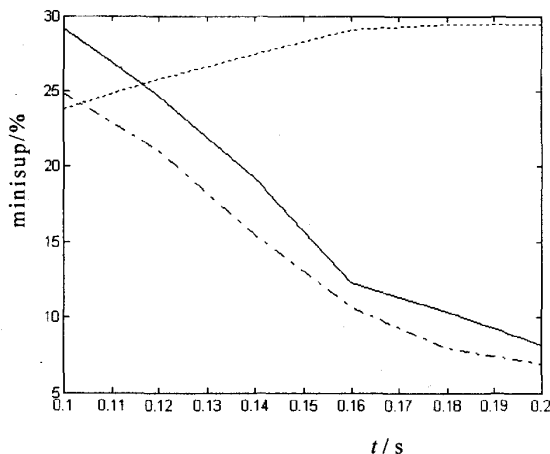


图 2 全部 2-项集的挖掘时间

搜索时间,点划线为文中 DHP 算法下进行的 Hash 寻址搜索时间。

从图 1 可以看到,项目集中事务数量较少时,增加事务导致时间开销的增大不明显。但是在项目集变得很大时,遍历时间开销的增大幅度将呈非线性的幂函数曲线变化,而采用 Hash 表存储结构后的搜索时间依然保持较低的平缓变化。

从图 2 可以看出,采用 Hash 表结构的 DHP 算法可以改进 Apriori 算法挖掘大项目集的效率,不论设定多少支持度,都能保证在更短的时间内完成全部项目集的挖掘。

4 结 论

文中对 DHP 算法中的 Hash 表进行了改进,并通过实验仿真证明了文中的 Hash 表结构能够有效地提高项目集的搜索效率,更快地确定项目是否属于频繁项。同时,采用 Hash 函数能够高效地利用存储空间,减少因为冲突项而出现的预留空间浪费。不同层的项目集将存放在不同表格中,可以进一步减少冲突项的出现。这些改进进一步提升了 DHP 算法的挖掘效率,更快地产生全部大项目集,为生成全部关联规则节省了大量的时间。

参考文献:

- [1] Agrawal R, Imielinski T, Swami A. Database mining: a performance perspective[J]. Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions, 1993, 5(6): 914-925.
- [2] Agrawal R, Imielinski T, Swami A. Mining association rules between sets of items in large databases[J]. ACM SIGMOD Record, 1993, 22(2): 207-216.
- [3] Park Jong Soo, Chen Ming-Syan, Yu P S. Using a Hash-Based Method with Transaction Trimming for Mining Association Rules[J]. Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions, 1997, 9(5): 813-825.
- [4] Holt J D, Chung S M. Efficient mining of association rules in text databases[C]//Proceedings of the eighth international conference on Information and knowledge management. [s. l.]: ACM Press, 1999: 234-242.
- [5] Han Jiawei, Kamber M. DATA MINING Concepts and Techniques[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [6] Dunham M H. 数据挖掘教程[M]. 郭崇慧, 田凤占, 靳晓明译. 北京: 清华大学出版社, 2005.

(上接第 11 页)

社, 1990.

- [4] 何迎晖, 钱伟民. 随机过程简明教程[M]. 上海: 同济大学出版社, 2004.
- [5] Castleman K R. Digital image processing[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

- [6] Sonka M, Hlavac V. 图像处理、分析与机器视觉[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2002.