

# 基于粒子群优化算法的图像小波阈值去噪研究

林 杰, 孙淑霞, 文 武

(成都理工大学 信息工程学院, 四川 成都 610059)

**摘 要:**将粒子群优化算法应用于图像小波阈值去噪,从理论上分析了小波去噪基本原理,并采用 PSO 的算法求小波变换各子带的最优阈值,讨论了粒子数目、噪声大小、小波基的选择对本算法效果的影响。实验结果表明,与普通小波阈值去噪方法相比,该算法能获得较好的图像效果,提高信噪比。

**关键词:**粒子群优化算法;小波阈值去噪;信噪比

**中图分类号:**TP301.6

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2007)04-0204-04

## An Image Denoising Method Based on Wavelet Transform and Particle Swarm Optimization

LIN Jie, SUN Shu-xia, WEN Wu

(College of Information Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

**Abstract:** Presents an image denoising method based on wavelet transform and particle swarm optimization, analyzes the basic principle of wavelet threshold denoising theoretically, and uses PSO to get the best thresholds of every wavelet subband. Also discusses the effect of the method when particles, noises and wavelet bases are different through experiment. The experimental results showed that compared with other common wavelet threshold denoising methods, the presented method can improve the visual effect and increase SNR of the denoised image.

**Key words:** particle swarm optimization; wavelet threshold denoising; signal to noise rate

### 0 引 言

在图像采集和传输过程中,常常会受到随机噪声干扰,使实际得到的数字图像在结构、纹理、内容等方面相关性遭到破坏,造成图像的失真。近年来小波理论得到迅速的发展,小波具有低熵性、多分辨率、去相关性、基选择灵活性等优点,使得小波变换能很好地实现信噪分离,继 Mallat 提出信号的模极大值去噪后<sup>[1]</sup>, Donoho 等人根据小波多尺度特性及对信号能量的集中能力,提出了小波阈值去噪方法<sup>[1,2]</sup>。许多研究表明阈值的好坏直接影响到图像去噪效果,如何选择合理的阈值函数成为图像小波阈值去噪的关键问题。由于 GCV (Generalized Cross Validation) 阈值无需信号的先验参数就能获得接近理想阈值的效果, GCV 方法求解阈值可归结为一个复杂函数的优化问题,考虑到粒子群优化算法 (PSO, Particles Swarm Optimiza-

tion) 算法是近年来发展起来的一种新的寻优算法,文中提出使用 PSO 算法对 GCV 方法的风险估计函数寻优,通过寻优分别得到小波系数各个子带的合理阈值再进行图像去噪。实验结果表明该方法相比其他普通寻阈值法能得到较好的图像效果,提高图像信噪比。

### 1 小波去噪基本理论

#### 1.1 小波去噪原理

Mallat 提出了小波多分辨率分析的概念,并给出了小波分解与重构的快速算法<sup>[1,3]</sup>,即 Mallat 算法,根据这一算法,若  $f_k$  为信号  $f(t)$  的离散采样数据,且  $f_k = c_{0,k}$ ,则信号  $f(t)$  的正交小波分解公式为:

$$c_{j,k} = \sum_n c_{j-1,n} h_{n-2k}; d_{j,k} = \sum_n d_{j-1,n} g_{n-2k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

其中  $c_{j,k}$  为尺度系数;  $d_{j,k}$  为小波系数;  $h, g$  为一对正交镜像滤波器组 (QWF),  $j$  为分解层次;  $N$  为离散采样点数。小波重建过程是分解过程的逆运算,重建公式为:

$$c_{j-1,n} = \sum_n c_{j,n} h_{k-2n} + \sum_n d_{j,n} g_{k-2n} \quad (2)$$

收稿日期:2006-06-12

**作者简介:**林 杰(1977-),男,四川内江人,硕士研究生,研究方向为网络计算技术;孙淑霞,硕士生导师,教授,研究方向为模式识别及应用。

小波的多分辨分析特性可将信号在不同的尺度下进行分解,将信号分解成不同子带的子信号,因而对信号具有按频带处理的能力。对一个含噪声的一维信号的基本模型可以表示为如下形式:

$$s(n) = f(n) + \sigma e(n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (3)$$

其中  $f(n)$  为原始信号,  $e(n)$  为噪声信号,  $s(n)$  为含噪声信号,  $\sigma$  为噪声强度。小波变换目的就是抑制  $e(n)$ , 尽可能恢复  $f(n)$ , 通过小波分解系数处理来达到信噪分离。Donoho 把小波系数分为两类:一类是信号信息变换后的系数,此类幅值大却含噪声信号少;另一类是不重要的或受噪声干扰大的小波系数,这类系数幅值随尺度的增加衰减很快。Donoho 提出阈值萎缩法即是以小波系数的绝对值为分类标准,给定一个阈值  $\sigma$ , 绝对值小于  $\sigma$  的小波系数被视为噪声,它们的数值以零代替,对于绝对值大于  $\sigma$  的部分给予保留或重新赋值,再将处理后的小波系数进行逆变换即可得到去噪后的图像,在阈值萎缩法中的两个基本要素是阈值函数和阈值<sup>[4,5]</sup>。

为了能更合理地保持图像的细节部分,通常将一维小波采用张量积构成的可分离二维小波变换可将图像分解成一个低频信号 LL 和三个方向的高频分量信号(水平方向 HL、垂直方向 LH 及 45° 方向 HH)<sup>[6,7]</sup>, 即每一层分解为 4 个子带信号,如果分解层数为  $M$ , 则总的子带数为  $3M+1$ , 在实际处理时可根据图像的复杂程度和处理要求确定分解层次,一般而言,信号中有用信息主要集中在低频区,噪声在高频区,同时由于经小波变换后图像细节信息也主要表现在高频区,如果简单地把高频区去除则许多图像细节也将失去,因此,采用适当的小波阈值对图像高频区去噪将对保持图像细节部分起到明显的作用。

## 1.2 阈值函数及阈值

### 1.2.1 软阈值函数

在对小波系数的处理中的软阈值函数公式为<sup>[6,7]</sup>:

$$\eta_{\sigma}(w, t) = \begin{cases} 0 & |w| \leq t \\ \text{sgn}(w)(|w| - t) & |w| > t \end{cases} \quad (4)$$

其中  $w$  为离散小波变换算子,  $t$  是阈值,  $\text{sgn}()$  为符号函数,软阈值函数对小于  $t$  的小波系数用零代替,大于阈值  $t$  的小波系数用  $t$  来缩减。

### 1.2.2 阈值 $t$ 的选择

GCV 阈值是计算阈值风险函数<sup>[4,5]</sup>, 定义为:

$$\text{GCV}(t) = \frac{N \|W - W_t\|^2}{N_0^2} \quad (5)$$

其中  $N_0$  是小波系数被置成零的个数,  $N$  是小波系数的总个数,  $W_t$  是阈值化后的小波系数矢量,  $W$  是原来

的小波系数矢量。

## 2 利用 PSO 算法的小波阈值去噪

### 2.1 PSO 算法基本理论

PSO 算法来源于对鸟群觅食的生物群体的社会信息共享机制的模拟, PSO 算法中的每个粒子就是解空间中的一个解,它根据自己和同伴的飞行经验来调整飞行,从而得到当前解空间内的最优解,其飞行经验调整如下:假设在一个  $n$  维的目标搜索空间中由  $m$  个粒子组成一个群体,其中第  $i$  个粒子表示为一个  $n$  维向量  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in})$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 即第  $i$  个粒子在  $n$  维搜索空间中的位置是  $x_i$ , 第  $i$  个粒子飞行的速度也为  $n$  维向量  $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$ , 每个粒子飞行所经历过的最好位置就是粒子本身找到的最优解,称为个体极值  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})$ , 整个群体所经历的最好位置就是整个群体找到的最优解,称为全局极值  $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn})$ , 每个粒子都通过  $p_i$  和  $p_g$  来不断地更新自己,粒子将以式(6)、(7)<sup>[8,9]</sup> 改变速度和位置。

$$v_{id}(t+1) = v_{id}(t) + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}(t)) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}(t)) \quad (6)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t) \quad (7)$$

其中,  $d$  表示粒子维数( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $i$  表示第  $i$  个粒子( $i = 1, 2, \dots, m$ ),  $t$  表示迭代代数,  $r_1, r_2$  为均匀分布  $[0, 1]$  上的相互的独立随机数,  $c_1, c_2$  为加速度限定因子,  $c_1$  调节粒子向自身最优位置飞行的步长,  $c_2$  调节粒子向全局最优位置飞行的步长。设定速度上限为  $v_{\max}$ , 即当时  $v_{id} > v_{\max}$ , 取  $v_{id} = v_{\max}$ , 粒子  $t+1$  时刻的速度  $v_{id}(t+1)$  由  $v_{id}(t), x_{id}(t), p_i(t)$  及  $p_{gi}(t)$  共同决定,粒子的初速度和位置随机产生,然后通过公式(6)、(7) 进行迭代,直到找到满意解为止。Shi Y 和 Eberhart 对式(6) 进行了如下改进<sup>[8,9]</sup>:

$$v_{id}(t+1) = w v_{id}(t) + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}(t)) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}(t)) \quad (8)$$

$$w = w_{\max} - ((w_{\max} - w_{\min}) \times \text{iter}) / \text{iter}_{\max} \quad (9)$$

其中  $w$  为惯性权重,取  $w_{\max} = 0.9, w_{\min} = 0.4, \text{iter}_{\max}$  是迭代次数的最大值,  $\text{iter}$  是当前迭代次数, Shi Y 和 Eberhart 通过实验证明带有惯性权重的群粒子算法比较无惯性权重的该算法在效果上有明显改进,且当  $w$  较小时算法具有较强的局部搜索能力,当  $w$  较大时有较强的全局搜索能力<sup>[8,9]</sup>。

### 2.2 粒子属性的定义

本研究中,先把图像做二维小波系数变换,把每个高频子带作为一个解空间,把粒子的初始位置定义为

每个高频子带中随机分布的若干点,并赋予粒子一个随机初速度,利用 PSO 算法在给出的子带中寻找一个近似最优解,使得适应度函数  $\text{fitness}(t)$  为最大( $t$  为求得的阈值,是小波系数矩阵中的某点的小波系数值)。

### 2.3 粒子的适应度函数

粒子在寻优的过程中必须寻找一个最佳阈值  $t$ ,使得  $\text{GCV}(t)$  为最小,因此适应度函数设计为:

$$\text{fitness} = \frac{1}{1 + \text{GCV}(t)} \quad (10)$$

其中  $\text{GCV}(t)$  如式(5)所定义。

### 2.4 基于 PSO 算法的去噪步骤

Step1: 首先将图像进行二维小波变换,并进行三层分解。

Step2: 输入系统参数,并指定  $w_{\max} = 0.9$ ,  $w_{\min} = 0.4$ , 粒子数量  $n$ ,  $c_1 = 1.5$ ,  $c_2 = 1.04$ ,  $v_{\max} = 40$ ;

Step3: 在满足控制变量约束条件下随机赋予种群中每个粒子初始位置和初始速度。通常在控制变量的范围内随机选择一个值作为粒子的初始位置,而初始速度也是在控制变量的范围内随机选择一个值作为初始速度;

Step4: 对于种群中的每个粒子,应用相应的小波系数计算  $\text{GCV}$  阈值;

Step5: 根据计算结果,评估种群中的每个粒子的适应值  $\text{fitness}$ ;

Step6: 寻找每个粒子的个体最优,记为  $p_i$ ;  $p_i$  中的最优个体即为  $p_g$ ;

Step7: 更新计数器  $t = t + 1$ ;

Step8: 根据式(9)更新惯性因子  $w$ ; 根据式(8)计算每个粒子的速度  $v(t+1)$ , 若  $v(t+1) > v_{\max}$ , 则  $v = v_{\max}$ 。若  $v < -v_{\max}$ , 则  $v = -v_{\max}$ ; 根据式(7), (8)计算每个粒子的位置。若粒子在某一维超出其搜索空间,则限制该粒子在搜索空间的边界;

Step9: 重新计算粒子的  $\text{GCV}$  阈值,评估每个粒子的适应值,根据每个粒子的适应值大小,判断是否更新每个粒子的  $p_i$  和整个种群的最优粒子  $p_g$ ; 若满足算法的停止标准,则转向步骤 10, 否则转向步骤 7;

Step10: 输出最优解,即最后一次迭代后的  $p_g$ 。

Step11: 利用得到高频三层子带最优阈值进行图像去噪,然后将去噪后的子带进行小波逆变换得到去噪后图像。

## 3 去噪结果分析

### 3.1 评价标准

文中在 MATLAB7.0 环境下进行仿真实验(PC 机

器配置为赛扬 C4 2.4 主频, 512M 内存, 集成显卡), 使用主观和客观两种标准。主观标准为图像的清晰度和细节保持度; 客观标准为峰值信噪比 (SNR, Signal to Noise Rate), 其计算公式为:

$$\text{SNR} = 10 \cdot \lg \left[ \frac{\sigma_f^2(i,j)}{\text{MSE}} \right] \quad (11)$$

其中  $\sigma_f^2(i,j)$  为重建恢复后图像灰度值的方差,  $\text{MSE}$  (Minimizes the mean Squared Error) 为重建后图像的最小均方差, 计算公式为:

$$\text{MSE} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\tilde{f}_{(i,j)} - f_{(i,j)})^2 \quad (12)$$

其中,  $\tilde{f}_{(i,j)}$  表示重建恢复后图像像素各点的灰度值;  $f_{(i,j)}$  表示原始图像各点的灰度值;  $m, n$  为图像的尺寸。

### 3.2 图像不同算法的效果比较

对图像 woman (256 × 256) 作伪处理, 使用方差为  $\sigma = (10, 15, 20, 25, 30, 40, 50)$  的高斯白噪声进行加噪, 在 haar, db4, sym4 小波基下使用软阈值去噪和 PSO 算法进行去噪, 得到的实验数据如下: 表 1 为在不同小波基和噪声方差下软阈值去噪以及使用改进 PSO 算法去噪的数据; 表 2 为本算法在不同噪声方差及粒子数下的运行时间。

表 1 软阈值和 PSO 方法在不同噪声方差和小波基下去噪的 SNR 数据表

小波基 方差	db4		haar		sym4	
	软阈值	PSO	软阈值	PSO	软阈值	PSO
$\sigma = 10$	42.989	48.722	41.712	48.722	42.939	48.722
$\sigma = 15$	39.186	41.849	38.314	41.849	39.150	41.899
$\sigma = 20$	35.2363	35.4085	35.036	35.208	35.210	35.4081
$\sigma = 25$	31.517	32.319	31.091	32.319	31.498	32.319
$\sigma = 30$	28.820	29.095	28.509	29.097	28.806	29.095
$\sigma = 40$	23.465	24.276	23.287	24.275	23.459	24.275
$\sigma = 50$	19.131	19.803	19.022	19.802	19.127	19.802

表 2 PSO 方法在不同噪声方差和粒子数下的去噪时间表

粒子数 方差	$n = 5$	$n = 10$	$n = 20$	$n = 30$	$n = 50$	$n = 80$
	time	time	time	time	time	time
$\sigma = 10$	0.964	2.296	4.390	5.375	11.406	13.171
$\sigma = 15$	1.098	2.015	3.093	5.953	8.781	17.015
$\sigma = 20$	1.062	2.281	4.218	6.015	10.671	12.937
$\sigma = 30$	1.001	2.312	4.015	5.468	11.093	19.859
$\sigma = 50$	1.171	2.625	4.031	5.234	9.796	15.656

#### 3.2.1 软阈值及 PSO 阈值去噪效果比较

通过表 1 的数据, 可以看出 PSO 阈值去噪效果要优于软阈值去噪效果。从主观上, 图 1 是  $\sigma = 20$ ,  $n = 20$  时的去噪效果, 图 2 是  $\sigma = 50$ ,  $n = 20$  时的去噪后图像, 但可看出无论是去噪后图像清晰度还是图像在细

节的保持上,PSO 阈值去噪效果要明显优于软阈值去噪。

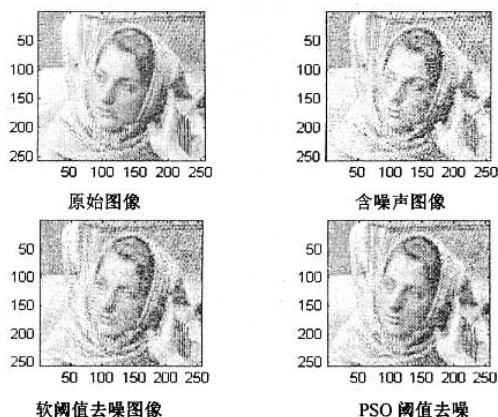


图1 软阈值、PSO方法在 $\sigma = 20$ ,  
 $n = 20$ 时去噪效果比较图

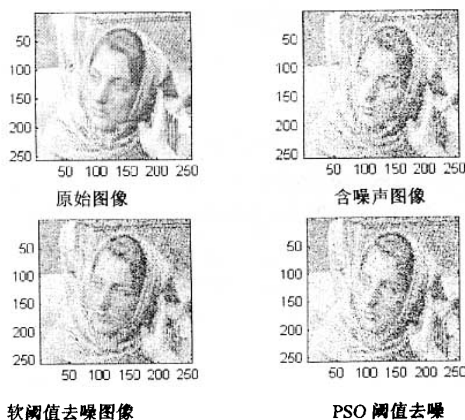


图2 软阈值、PSO方法在 $\sigma = 50$ ,  
 $n = 20$ 时去噪效果比较图

### 3.2.2 小波基、噪声方差和粒子数对于去噪效果的影响

从表1中可以看出在小波基对PSO算法的SNR有很细微的影响。采用不同的小波基对效果可认为几乎无差别。从表2可以看出噪声方差增大算法时间总体

呈增大趋势,粒子数量增大,算法时间明显增大。

## 4 结 论

图像小波阈值去噪中,阈值的选择是关键,文中采用GCV 阈值估计方法,根据不同子带图像所含噪声成分的不同,采用不同的阈值,为了对 GCV 法的风险估计函数寻优,采用 PSO 算法,运用于各个子带的阈值寻优。实验结果表明,文中所提出的图像去噪方法优于传统方法,去噪效果明显,而且对图像也有较好的细节保持。

### 参考文献:

- [1] Mallat S. 信号处理的小波导引[M]. 第2版. 杨力华等译. 北京:机械工业出版社,2002.
- [2] Donoho D L. De - nosing by soft - thresholding[J]. IEEE Trans Inform Theory,1995,41:613 - 627.
- [3] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans Inform Theory,1992,38(2): 617 - 643.
- [4] 袁 磊,曹 奎,冯玉才,等. 一种基于 LSI 的图像语义检索技术[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2002,30(2): 105 - 107.
- [5] 王惠锋,孙正兴,王 箭. 语义图像检索研究进展[J]. 计算机研究与发展,2002,39(5):513 - 523.
- [6] 胡昌华,李国华. 基于 MATLAB 6. x 的系统分析与设计——小波分析[M]. 第2版. 西安:西安电子科技大学出版社,2004.
- [7] 陈武凡. 小波分析及其在图像处理中的应用[M]. 北京:科学出版社,2002.
- [8] Shi Y H, Eberhart R C. A Modified between Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization[C]//Annual Conference on Evolutionary Programming. San Diego: [s. n.], 1988.
- [9] Shi Y H. Empirical Study of Particle Swarm Optimization [C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. [s. l.]:[s. n.],1999.

(上接第203页)

能对多线程进行同步,还能传递额外的信息。一个线程通过事件同步对象可以在唤醒等待线程的同时,告知其具体发生了什么事,这就更加真实地反映了“事件同步对象”这个词的含义。

### 参考文献:

- [1] 陈 榕. 和欣2.0 资料大全[M]. 上海:科泰世纪有限公司,2003.
- [2] 潘爱民. COM 原理与应用[M]. 北京:清华大学出版社,

1999.

- [3] Chen Rong. The Application of Middleware Technology in Embedded OS[C]//Workshop on Embedded System, In conjunction with the ICYCS (6th) 2001. Hangzhou: [s. n.], 2001.
- [4] Pietrek M. Windows 95 System Programming Secrets[M]. 侯俊杰译. 台湾:旗标出版股份有限公司,1997.
- [5] Furber S. ARM System - on - Chip Architecture[M]. 田 泽等译. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.