

基于整体变分正则的图像盲恢复研究

吴 骅, 胡 超, 韦 穗

(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039)

摘 要:实现了一种基于 TV 正则化的图像盲恢复算法。采用了交替迭代算法, 保证迭代中能同时恢复出图像以及点扩张函数, 并在每步迭代中自适应调整其扩散参数。实验结果也显示了迭代过程的收敛性以及鲁棒性(特别是对于非连续的模糊), 而且图像和点扩张函数可以在很高的噪声级下恢复。

关键词:整体变分(TV)正则化; 交替迭代算法; 点扩张函数

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2007)03-0125-03

Study of Blind Image Restoration Algorithm Based on Total Variation Regularization

WU Hua, HU Chao, WEI Sui

(Ministry of Education Key Lab. of Intelligence Computing & Signal Processing, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: Realize an algorithm for a blind image restoration by using the total variation regularization. Use an alternating iteration algorithm, which can recover the original image and point spread function (PSF) simultaneously in iteration. In iteration the parameter of the diffusion is adjusted adaptively. The results indicate that iterative scheme is robust (especially for discontinuous blur). Finally show that the image and PSF can be recovered with high noise level.

Key words: total variation regularization; alternating iteration algorithm; PSF

0 引 言

图像恢复的目的是从观测到的退化图像重建原始图像, 它是图像处理、模式识别、机器视觉等的基础, 因而受到广泛的研究。传统的恢复方法需要先知道退化图像的点扩张函数。但在许多实际情况下, 点扩张函数难以确定, 只能在很少(或没有)相关点扩张函数和原始图像先验知识的情况下从退化图像估计出原始图像, 这就是图像盲恢复^[1](blind image restoration)。

假设图像退化模型为 $g = s * h + n$, 其中 g, s, h 分别为退化图像、原始图像、点扩张函数, n 为加性噪声。由于盲恢复问题对 s 和 h 的恢复都是病态的, 而正则化方法是处理病态问题的有效手段, 其基本思想是在忠实于原图像数据的基础上尽可能获得平滑的效果。于是在原有盲反卷积模型添加 s 和 h 的正则化项。

利用拉普拉斯算子实现的正则化, 实际上是一种各向同性的平滑操作, 这与图像的自身特性并不相符,

因为各向同性平滑必将导致图像边缘模糊。也就是说, 拉普拉斯算子可以去除噪声, 但太多惩罚了与边缘相关的梯度。为了尽可能地保持图像的边缘, 需要一种新的算子, 即利用图像梯度的 L^1 范数, 也称为整体变分(TV)正则化。

TV 正则化采用各向异性扩散方式, 它能够对图像边缘进行有方向性的平滑: 沿边缘方向的图像将得到平滑, 而与边缘垂直方向的图像则得以保存; 对平滑区进行平滑, 灰度变化大的区域受到抑制。

基于以上考虑, 将盲反卷积同 TV 正则化相结合, 利用 TV 正则化来恢复图像和点扩张函数, 下面将给出这个算法主要思想以及实现。

1 算法原理

1.1 TV 盲恢复算法主要思想

首先给出 TV 盲恢复的具体模型:

$$\min_{s, h} f(s, h) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (s * h - g)^2 dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla s| dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} |\nabla h| dx dy \quad (1)$$

其中 $\int_{\Omega} |\nabla s| dx dy$ 和 $\int_{\Omega} |\nabla h| dx dy$ 是在原有盲反

收稿日期: 2006-05-19

作者简介: 吴 骅(1981-), 男, 安徽铜陵人, 硕士研究生, 研究方向为图像处理; 韦 穗, 教授, 博导, 研究方向为计算机视觉、图像处理。

卷积模型上添加的 TV 正则化项^[2], α_1, α_2 均是大于 0 的参数, 规范迭代恢复时 s 和 h 的解的正则性, Ω 为图像的支持域。

通常情况下, 设定的代价函数 $f(s, h)$ 并不是一个凸函数, 但假如给定 s , $f(s, h)$ 就是一个关于 h 的凸函数(给定 h 的情况也是如此)。于是分别对 PSF 和图像最小化代价函数, 并在迭代过程中交替实现这两种最小化^[3]。

先给出 (1) 式的一阶最优化条件 (first order optimality), 即让 f 对 s 和 h 的偏导为 0。

$$\frac{\partial f}{\partial h} = s(-x, -y) * (s * h - g) - \alpha_2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla h}{|\nabla h|} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial s} = h(-x, -y) * (s * h - g) - \alpha_1 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla s}{|\nabla s|} \right) = 0 \quad (3)$$

($*$ 代表卷积符号)

交替迭代算法过程如下(假定已经得到 s^n, h^n):

(1) 辨识 h 阶段:

$$\text{利用 } s^n(-x, -y) * (s^n * h^{n+1} - g) - \alpha_2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla h^{n+1}}{|\nabla h^{n+1}|} \right) = 0 \quad (4)$$

解得 h^{n+1} 。

(2) 复原 s 阶段:

$$\text{利用 } h^{n+1}(-x, -y) * (s^{n+1} * h^{n+1} - g) - \alpha_1 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla s^{n+1}}{|\nabla s^{n+1}|} \right) = 0 \quad (5)$$

解得 s^{n+1} 。

由于上述交替迭代过程可能不会产生唯一解, 是由于图像的物理性质、支持域的能量守恒性以及图像灰度值的非负性, 对 PSF 引入以下约束条件。

$$\sum_n h(x, y) = 1, s(x, y), h(x, y) \geq 0, \text{ 且 } h(x, y) = h(-x, -y) \quad (6)$$

需要注意的是, 除了上述条件, 没有任何其他的有关 PSF 的先验信息, 比如其类型和支持域大小。

针对 TV 算法在恢复过程的扩散形式, 笔者提出了改进方案, 即在每一步交替迭代过程中自适应修改其扩散参数。TV 模型如下式: $\|s\|_{TV} = \sum_{m,n} \sqrt{|\nabla s|^2 + \epsilon}$, 其中 ϵ 是正的小量, 是为了避免在 $\nabla s = 0$ 处不可微而引入的。参数对 TV 的各向异性扩散起着重要作用^[4]。 ϵ 越大, 梯度 ∇s 的作用相对就越小, 领域点分配的权重就越小, 因此扩散程度较高。反之, ϵ 越小, 梯度 ∇s 的作用增大, 可以使得尖锐边界不被模糊。基于以上考虑, 在算法的交替迭代过程中实现了自

适应调整 ϵ , 即在迭代初期使用较大的 ϵ 值, 然后逐步减小 ϵ , 这样便可以进一步保证最后恢复的图像有良好的边界。而且, 实验中的数据也表明, 自适应交替迭代可以使最后的一阶最优化条件数值降低 2 到 3 个数量级。

这里使用最优化方法来解决代价函数最小化问题, 即利用截断牛顿迭代法 (Truncated Newton)^[5], 其搜索方向是通过解牛顿方程的近似解来得到的。

$$H_k p_k = -g_k \quad (7)$$

其中, p_k 是下降方向, H_k 是代价函数 $f(s, h)$ 的 Hessian 矩阵, 即 $\nabla^2 f(s, h)$, 而 g_k 即为 $\nabla f(s, h)$ 。为了避免由于 Hessian 非正定而导致代价函数不收敛, 利用梯度的有限差分来近似 $\nabla^2 f(s, h)$ 。对于每一次外部迭代(式 (7)), 其内部都有一个计算下降方向 p_k 的共轭梯度 (CG) 迭代循环。而且使用余弦变换预处理可以显著加快 CG 迭代的收敛速度^[6]。当相对残差 $r_k = \|H_k p_k + g_k\|$ 低于 0.1 时, 便可停止内部的 CG 迭代。实验结果验证了该优化算法的有效性。

1.2 算法具体步骤

(1) 初始化 $s^0 = g, h^0 = \delta(x, y)$

(2) 利用 (4) 式求解 h^{n+1} , 并对解作如下约束:

$$h^{n+1}(x, y) = \begin{cases} h^{n+1}(x, y) & h^{n+1}(x, y) > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

$$h(x, y) = (h(x, y) + k(-x, -y))/2 \quad (9)$$

$$h^{n+1} = \frac{h^{n+1}}{\sum_n h^{n+1}(x, y)} \quad (10)$$

(3) 利用 (5) 式求解 s^{n+1} , 并对解作非负约束。

(4) 随着迭代次数 n 不断增大, 代价函数不断减小。判断迭代终止条件: 满足则停止迭代, 否则继续下一步迭代。

2 实验结果与分析

算法在 Matlab 环境下编程实现。正则化参数 α_1 和 α_2 分别控制着图像和 PSF 的正则化程度, 其选择方法参照文献[3]。实验中, 对于式 (4) 和 (5) 采用牛顿优化方法迭代 100 次。交替最小迭代 3 次, 参数 ϵ 依次选取 $5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}$ 。

首先对模拟图像进行恢复。PSF 模糊函数大小为 9×9 。如图 1 所示, a 是原始图像, 大小为 36×36 , b 是一个 9×9 的平均模板(已归一化), c 是 a 和 b 经过卷积得到的退化图像。

分别在 PSF 已知和 PSF 未知这两种情况下对原图像进行了恢复, 即所谓的半盲(semi-blind)恢复和盲(blind)恢复。结果如图 2 所示。图 2a 已能很好重现原始

图像,图2b也达到了一定的去模糊的效果(其中, $\alpha_1 = 10^{-3}$, $\alpha_2 = 10^{-4}$)。

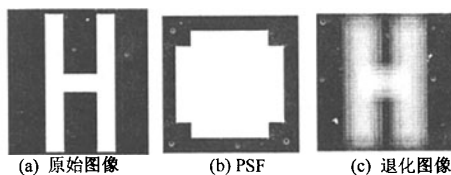


图1 原始图像、PSF 以及退化结果

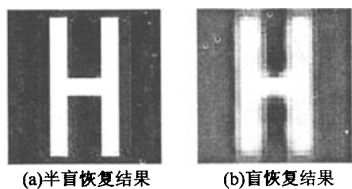


图2 36×36 恢复结果

下面对 128×128 的 lena 图像进行了恢复实验,仍然采用与上面实验相同的 9×9 平均模板来对原图像进行模糊,如图3所示。



图3 真实图像以及模糊结果

图像恢复结果如图4所示(a,b两幅图的参数为: $\alpha_1 = 10^{-3}$, $\alpha_2 = 10^{-4}$)。



图4 128×128 恢复结果

从上面的两项实验可以看出,如果事先知道 PSF 的全部信息,恢复的时候可以得到较好的效果。但大部分实际情况是不可能知道 PSF 完整信息,恢复也不可能完全重现原始图像信息。在盲恢复的实验中,图像内部的边界可以很好恢复出来,但出现了一些块状

效应(如图4b),这是 TV 本身固有问题,因为代价函数要求最小化其 TV 项,也就是降低图像 s 的梯度,而这一过程实际上是平滑图像。但如果给定的一幅图像部分区域过于平滑,经过 TV 正则化,图像中不同的平滑区域就会形成块状区域。

最后,在图像中加入随机噪声,即使噪声级很高,也可以恢复原图像,显示了整体变分正则对图像噪声的抗干扰能力。结果如图5所示。

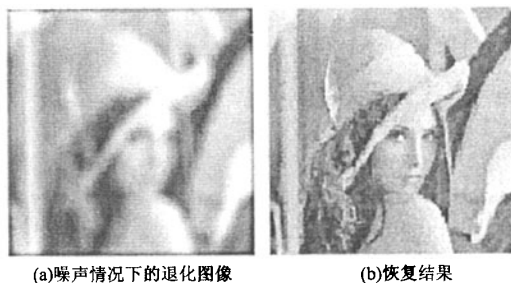


图5 噪声下的恢复结果

3 实验总结

实验验证了整体变分正则化对于图像盲恢复的有效性和鲁棒性。而且在每一步的交替迭代中实现了自适应扩散,进一步保证了恢复结果的边缘特性。对于存在的“块状”效应,可以事先设立一阈值 T ,假如图像中某平滑区域的梯度低于 T 时,可以停止 TV 正则化对这一区域的继续平滑。而这些也都是日后工作中所要努力的方向。

参考文献:

- [1] 张 航,罗大庸. 图像盲复原算法研究现状及其展望[J]. 中国图象图形学报,2004,10(9):1145-1152.
- [2] You Y, Kaveh M. A regularization approach to joint blur identification and image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(3): 416-427.
- [3] Chan T F, Wong C K. Total variation blind deconvolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 370-375.
- [4] 邵肖伟,刘政凯,宋 璧. 一种基于 TV 模型的自适应图像修复算法[J]. 电路与系统学报,2004,9(2):113-116.
- [5] Al-Haik M S, Garmestani H, Navon I M. Truncated - Newton training algorithm for neurocomputational viscoplastic model[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2003, 192: 2249-2267.
- [6] Ng M K, Chan R H, Chan T F, et al. Cosine transform precondition for high resolution image reconstruction[J]. Linear Algebra Appl, 2000, 316: 89-104.