

# 小波变换在电力谐波分析中的应用

何 韬, 梁 栋, 李 瑶, 董 瑞

(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039;

安徽大学 电子科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

**摘要:** 电力系统的谐波是影响电能质量的重要因素, 谐波对电力系统和用电设备产生了严重危害和影响。文中应用小波变换分析电力系统的谐波, 小波变换能描述频谱含量如何随着时间变化, 同时在时间和频率上表示信号的能量和作用。与傅里叶变换对比, 小波变换不仅可以知道哪些频率分量在信号中出现, 而且可以知道这些频率分量在时域内是如何变化的, 可以更精确地分析非平稳信号的谐波。

**关键词:** 谐波分析; 信号处理; 小波变换; 多分辨率分析

**中图分类号:** TP391

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2007)01-0229-04

## Application of Wavelet Transform in Harmonic Analysis of Power

HE Tao, LIANG Dong, LI Yao, DONG Rui

(Ministry of Education Key Lab. of IC & SP, Anhui University, Hefei 230039, China;

School of Electronic Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract:** Harmonic is an important influence of power quality in power system, for it is harmful to the power system and power equipments. A method for harmonic analysis of power system based on the wavelet transform was presented. The wavelet transform can describe how the frequency components of signal change with time, and it can describe the energy and effect of signal in the time domain and the frequency domain at the same time. Compared with the Fourier transform method, the wavelet transform method not only indicates which frequency components appear in the signal, but also describes how these frequency components change in the time domain. So it is more accurate to harmonic analysis of non-stationary signal.

**Key words:** harmonic analysis; signal processing; wavelet transform; multiresolution analysis

### 0 引言

随着电力电子技术的发展, 配电网中的整流器、变频、调速装置、电炉炉以及各种电力电子设备不断增加, 这些负荷的非线性、冲击性和不平衡性的用电特性, 使电网电压发生变动, 导致电压暂降、电压波动和闪变、过电压、波形畸变及暂态干扰等电能质量问题, 对供电质量造成了严重污染。另一方面现代工业、商业及居民用户的用电设备对电能质量更加敏感, 对供电质量提出了更高的要求。电能质量的短时变化也可造成很大的经济损失, 特别对精密机床生产线、芯片制造厂的高科技企业用户问题显得尤为突出。随着国民经济的快速发展, 以及电力市场发展的必然趋势, 电能质量作为衡量电力系统的主要指标引起了人们越来越多的重视。

谐波分析是当前电能质量检测国内外研究的一个热

点, 其研究的难点是对突变的、暂态的、非平稳扰动信号的检测与分类。傅里叶变换不适用于时变的非平稳信号的分析。小波变换是一种新的信号变换分析方法, 其突出的特点就是可以通过数学变换充分突出信号某些方面的特征, 是继傅里叶变换之后在信号分析领域中又一强有力的工具, 它不仅适合于稳态信号的分析, 也适合于时变的非平稳信号的分析。文中应用小波变换分析电力系统的谐波, 小波变换能描述频谱含量如何随着时间变化, 同时在时间和频率上表示信号的能量和作用。

### 1 傅里叶变换及其局限性

分析和处理平稳信号的最常用也是最主要的方法是傅里叶分析。傅里叶变换建立信号从时(间)域到频(率)域的变换桥梁, 而傅里叶反变换则建立了从频域到时域的变换桥梁, 这两个域的变换为一对一映射:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1)$$

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2)$$

式(1)为时域到频域的变换, 称为傅里叶变换。式(2)

收稿日期: 2006-03-21

作者简介: 何 韬(1979-), 男, 安徽合肥人, 硕士研究生, 研究方向为电能质量、小波变换; 梁 栋, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电能质量检测与控制、电力电子技术和计算机在电能质量控制中的应用研究。

为频域到时域的变换,称为傅里叶反变换。时域和频域构成了观察一个信号的两种方式。傅里叶变换是在整体上对信号分解为不同频率分量,而缺乏局域性信息,即它并不能告诉人们某个频率分量发生在哪些时间内。

由式(1)可以看出,频谱  $S(f)$  等于信号与无穷区间正弦波基函数的内积,即:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t)e^{-j2\pi ft} dt = \langle S(t), e^{j2\pi ft} \rangle \quad (3)$$

因此,基于无穷区间的平稳基函数不可能表现出非平稳信号的  $S(t)$  的局域性。

为了研究非平稳信号在局部范围的频域特征,1946年 Garbor 提出了加窗傅里叶变换(也称为 Garbor 变换)。基本思想是,取时间函数  $g(t) = \pi^{-1/4} e^{-t^2/2}$  作为窗口函数,用  $g(t - \tau)$  同待分析信号  $f(t)$  相乘,然后再进行傅里叶变换:

$$S(f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t)g(t - \tau)e^{-j2\pi ft} dt = \langle S(t), g(t - \tau)e^{j2\pi ft} \rangle \quad (4)$$

由 Garbor 变换可知,  $S(f, \tau)$  表示的是以  $\tau$  为中心,左右为  $\Delta T/2$  局部时间内的频谱特性,窗口宽度  $\Delta T$  的大小决定了时间域的分辨率。

由式(4)可看出,  $S(f, \tau)$  实际上是  $S(t)g(t - \tau)$ (即加窗后的  $S(t)$ ) 的傅里叶变换。设  $G(f)$  为  $g(t)$  的傅里叶变换,则

$$S(f, \tau) = S(f) \times G(f)e^{j2\pi f\tau} \quad (5)$$

由式(5)可看出, Garbor 变换  $S(f, \tau)$  实际上描述的是信号频谱  $S(f)$  经频域窗  $G(f)e^{j2\pi f\tau}$  卷积平滑后的结果。其平滑对原函数频谱  $S(f)$  的影响由  $G(f)$  的窗口  $\Delta\omega$  的大小又决定了 Garbor 变换的频域分辨率。

通常为了提高时域的分辨率,希望  $\Delta T, \Delta\omega$  都尽量小,但对同一窗口函数来说,时、频域的分辨率是相互关联的。著名的海森堡测不准原理说明:  $\Delta T \cdot \Delta\omega \geq c$  ( $c$  为常数),因此,  $\Delta T, \Delta\omega$  不可能同时减小。换言之,要提高时间分辨率,必然带来频率分辨率变差,如果提高频率分辨率,必然加大窗口宽度,使时间分辨率变差。

在 Garbor 变换的基础上,为了适应不同问题的需要,人们又构成了多种形式的窗口函数,如常用的矩形窗、汉宁窗等。将这一类加窗傅里叶变换统称为短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)。目前 STFT 在许多领域获得了应用。

STFT 变换虽然可以描述某一局部时间段上的频率信息,但是其实,频域窗口  $\Delta T, \Delta\omega$  不随  $\tau$  和  $f$  的变化而变化。对于要分析的非平稳信号来说,也许某一小时间段上是以高频信息为主,因希望用小时间窗口进行分析,而在紧跟着的一个长时段上是一些低频信息,希望用一个大时间窗口进行分析。因此,对一个时变的非平稳信号,很难找到一个“好的”时间窗口来适合不同的时间段,这就是 STFT 的不足之处<sup>[2]</sup>。

## 2 小波变换及多分辨率分析

前面已讲到,傅里叶变换只是一种纯频域的分析方法,它在频域的定位性是完全准确的(即频域分辨率最高),而在时域无任何定位性(或分辨率),也即傅里叶变换所反映的是整个信号全部时间下的整体频域特征,而不能提供任何局部时间段上的频率信息。为了研究信号在局部时间范围的频域特征,出现了 STFT。STFT 虽然可以描述某一局部时间段上的频域信息,但频域窗口  $T$  和  $F$  是固定的,对于时变的非平稳信号的控制需求越来越强烈,在这种应用背景下,小波变换作为一种数学理论和方法在科学技术界引起了越来越多的关注和重视<sup>[1]</sup>。

小波分析是近代应用数学中一个迅速发展的新领域,它汲取了现代分析学中泛函分析、数值分析、傅里叶分析、样条分析、调和分析等众多分支的精华。小波分析具有伸缩、平移和放大特性。它可以对信号进行多尺度分析,有效地从信号中提取所需信息,实现既在时域又在频域的高分辨率局部定位。因此小波分析被誉为“数学显微镜”。小波变换的思想来源于伸缩和平移方法。小波方法的提出,最早应属于 1960 年 Haar 提出的规范正交基。小波概念的真正出现应始于 1984 年,法国地球物理学家 J. Morlet 在分析地震数据时提出将地震波按一个确定函数的伸缩、平移系  $\left\{ |a|^{-1/2} \varphi\left(\frac{x-b}{a}\right); a, b \in R, a \neq 0 \right\}$  展开。随后他与 A. Grossmann 共同进行研究,发展了连续小波变换的几何体系。1987 年, S. Mallat 将计算机视觉领域内的多度分析思想引入到小波分析中,提出了多分辨率分析的概念,统一了在此之前的所有具体正交小波基的构造,并且提出相应的分解和重构算法<sup>[2]</sup>。

小波分析是基于一组由母小波函数生成的“相似”函数——子波而展开的。由这组相似函数的不同伸缩和平移构成平方可积函数空间  $L^2(R)$  的仿射构架,甚至是正交基,从而稳定地逼近任意给定的映射关系。

平方可积函数  $x(t) \in L^2(R)$  的小波变换用内积表示为:

$$WT(a, \tau) = \langle x(t), \Psi_{a, \tau}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad (6)$$

式中,  $\Psi_{a, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right)$  为小波函数,它是由母小波  $\Psi(t)$  生成,  $a > 0$  为尺度因子,  $\tau$  为时移参数。

小波变换主要性能是它的“聚焦”性能。假定  $\Psi(t)$  与其 Fourier 变换都是窗函数,时窗宽为  $\Delta t$ ,频窗宽为  $\Delta\omega$ ,则在时间-频率平面上形成了一个矩形面积  $\Delta t \Delta\omega$ 。而  $\Psi_{a, \tau}(t)$  是由母小波  $\Psi(t)$  生成的小波函数,时窗宽为  $a\Delta t$ ,频窗宽为  $\frac{1}{a}\Delta\omega$ 。窗的面积仍然是  $\Delta t \Delta\omega$ ,但窗的长与宽都随  $a$  的变化而变化了。显然,在高频处( $a$  较小),时窗窄频窗宽,时间分辨率高而频率分辨率低,在低频处( $a$  较大)则相反。正因如此,小波变换才能将谐波信号中各种

不同频率成份分解在相应的时空域,在时域和频域同时具有良好的局部化特性,它是时频分析的新方法<sup>[3]</sup>。

多分辨率分析就是由不同的分辨率对信号进行逐级逼近,用小波函数和尺度函数对信号进行不同尺度的分解,可以了解不同尺度下的局部信号特征,在信号分析中具有明显的优越性<sup>[4]</sup>。

采用正交小波变换时,任意信号  $x(t) \in L^2(R)$  可用多分辨率分解公式表示为:

$$x(t) = \sum_k C_j(k) \varphi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_k d_j(k) \Psi_{j,k}(t) \quad (7)$$

式中,  $\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}t - k)$  为尺度函数,  $\{\varphi_{j,k}(t)\}$  是尺度空间  $V_j$  的标准正交基;  $\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k)$  为小波函数,  $\{\Psi_{j,k}(t)\}$  是小波空间  $W_j$  的标准正交基。  $W_j$  为  $V_j$  在  $V_{j-1}$  空间的正交补空间,即  $V_{j-1} = V_j \oplus W_j$ 。  $J$  为尺度  $j$  的某个特定值。在实际信号处理中,  $J$  以下尺度作为信号细节特征提取,而尺度  $J$  或  $J$  以上各尺度用于基本特征的近似。分解系数  $C_j(k)$  和  $d_j(k)$  分别称为离散平滑逼近和离散细节信号,其递推计算公式如下:

$$C_{j+1}(k) = \sum_m h_0(m - 2k) C_j(m) \quad (8)$$

$$d_{j+1}(k) = \sum_m h_1(m - 2k) C_j(m) \quad (9)$$

式中,  $h_0(-k)$  和  $h_1(-k)$  分别为低通数字滤波器的单位抽样响应和高通数字滤波器的单位抽样响应。式(8)、(9)表明,离散平滑逼近信号  $C_{j+1}(k)$  和离散细节信号  $d_{j+1}(k)$  分别是信号序列  $C_j(k)$  与滤波器单位抽样响应  $h_0(-k)$  和  $h_1(-k)$  卷积后二抽取得到的信号序列,所以小波多分辨率信号分解可以用多抽样率子带滤波器组来实现。其分解原理如图 1 所示。滤波器组的最初输入  $C_0(k)$  直接采用  $x(t)$  的原始采样序列  $x(n)$ 。若采样频率为  $f_s$ ,则  $x(n)$  占据的频带为  $0 \sim f_s/2$ 。经过一级分解( $j = 1$ ),得到  $C_1(k)$  和  $d_1(k)$ ,它们占据的频带分别为  $0 \sim f_s/4$  和  $f_s/4 \sim f_s/2$ 。经过  $j$  级分解,对  $C_j(k)$  逐级分解可得到  $d_1(k), d_2(k), \dots, d_j(k), C_j(k)$  等  $j + 1$  个信号序列<sup>[5]</sup>。图 1 为小波多分辨率信号分解原理图。

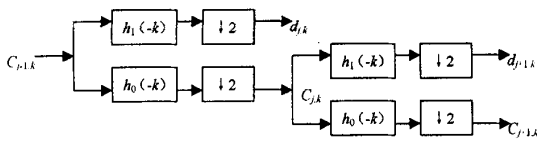


图 1 小波多分辨率信号分解原理图

### 3 应用小波多分辨率信号分解理论分析时变信号

#### 3.1 小波变换分析对称方波的谐波

应用小波多分辨率信号分解理论分析时变特征为已知的信号,将分析结果与已知参数比较即可得到验证结果。这里使用最常用的对称方波来验证,设其幅值  $A = 1.000$ ,每周周期点数  $T = 128$ ,待分析点数  $N = 512$ 。图 2 为小波变换分析对称方波。

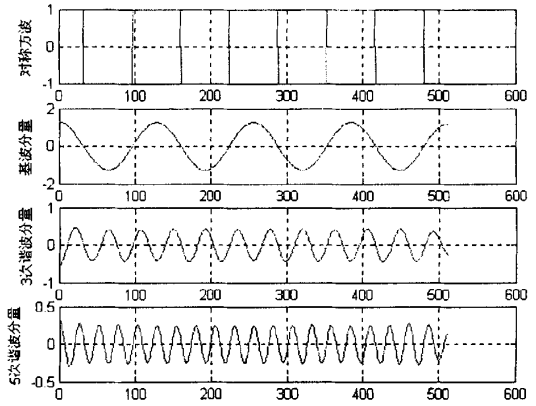


图 2 小波变换分析对称方波

如图 2 所示,从幅值为 1 的对称方波中提取的基波分量幅值  $A = 1.273$ ,与应用傅里叶变换提取的基波是一样的。从中提取的 3 次谐波分量幅值  $A3 = 0.4244$ ,5 次谐波分量幅值  $A5 = 0.2546$ ,与应用傅里叶变换提取的谐波分量也是一致的。由此证明,应用小波多分辨率信号分解理论分析平稳信号与传统的应用傅里叶变换分析信号所得到的结果是一致的。

#### 3.2 小波变换分析非平稳信号的谐波

文中应用小波变换分析了某钢厂 150t 直流电弧炉的供电系统谐波电流,信号的工频为 50Hz,采样频率为 6400Hz。将基波电流和较大的谐波电流提取出来,显然基波电流的幅值是变化的,其幅值是随时间不断增大的,应用小波变换提取的基波电流和谐波电流如图 3 所示,直流电弧炉产生的 150Hz 的 3 次谐波电流较大,约为基波分量的 20% 左右,并且直流电弧炉产生的高次谐波电流(17 次)较大,约为基波分量的 10% 左右,而且是时变的非平稳谐波。如果应用傅里叶变换得到的基波和谐波则是幅度不变的正弦波,没有任何时变特征,如图 4 所示。

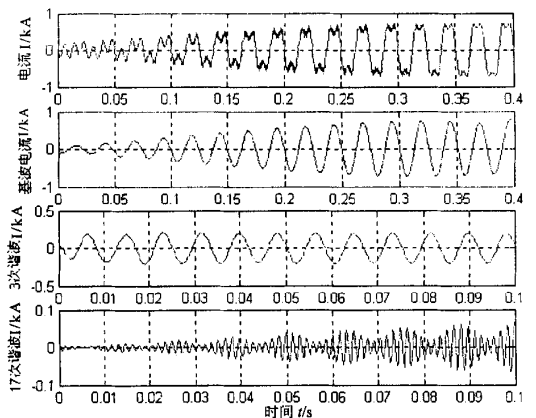


图 3 小波变换分析非平稳信号

以上例子可以说明,应用小波多分辨率信号分解理论可以用来分析时变的非平稳信号比传统的应用傅里叶变换分析非平稳信号具有较强的优势。

传统的傅里叶变换在分析平稳信号中具有较好的效

果,其在频域中具有较好的局部化能力,可以把信号分解成各频率成分叠加和的形式。但在时域中,傅里叶变换没有局部化能力,即无法从信号  $f(t)$  的傅里叶变换中看出  $f(t)$  在任一时间点附近的性态。而小波变换在时域和频域上同时具有良好的局部化性质,能对不同的频率成分采用逐步精细的采样步长,聚焦到信号的任意细节。在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率,在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率。正是这种特性,使小波变换具有对信号的自适应性,适用于分析非平稳信号。

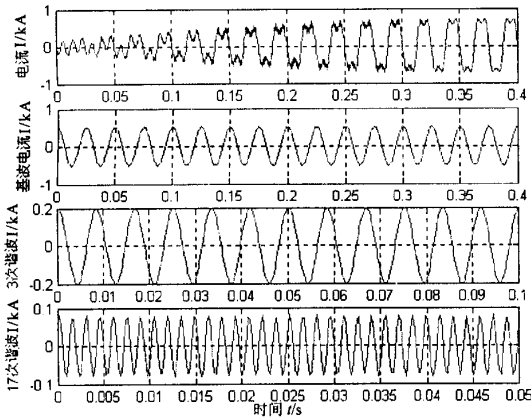


图 4 傅里叶变换分析非平稳信号

### 4 结论

根据以上的分析和实验,基于小波分析的多分辨率分析可以有效地检测电力系统的电压和电流中的谐波含量并分解出基波信号和谐波信号,故其可以应用于谐波的检测和分析。与傅里叶变换对比,小波变换不仅可以知道哪些频率分量在信号中出现,而且可以知道这些频率分量在时域内是如何变化的,因此更适合于分析非平稳信号的谐波。小波变换对信号的分析灵敏度高,并且比较精确,它在电力系统中的应用会更加广泛。

### 参考文献:

- [1] 李建平. 小波分析与信号处理[M]. 重庆:重庆出版社, 1997.
- [2] 彭玉华. 小波变换与工程应用[M]. 北京:科学出版社, 2002.
- [3] 周文晖,李青. 采用小波变换的电能质量暂态干扰检测[J]. 科技通报,2002,18(3):208-212.
- [4] 杨桦,任震,唐卓尧. 基于小波变换检测谐波的新方法[J]. 电力系统自动化,1997,21(10):39-41.
- [5] Mallat S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation[J]. IEEE Trans on Patt Anal Mach Intell, 1989, 11(7):674-693.

(上接第 228 页)

个形状变化明显阶段的图形样本,存入器官图形库(子结构库)中,然后根据得到的几何结构数据(方位角、倾角),调用器官库图形样本,通过简单地改变尺寸、调整空间位置和方向便构造出植物图形。在新的器官长出的过程中,其他器官都有一个从不成熟到成熟的发育过程。生长延时期决定器官发育的时间长度,在这个过程中,器官逐渐趋于成熟。

图 4 为黄瓜在生长阶段的三维图形。

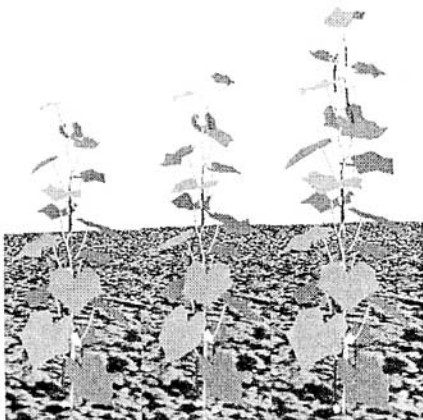


图 4 黄瓜植株生长模拟

### 5 结束语

本系统采用了软件工程的设计思想,具有很好的可扩充性。但是本系统中植物群体中的植株数目不能无效增多,植株数目的增多意味着存储空间的巨大消耗。这就需要提高绘制速度,改进渲染算法。这些都需要作进一步的改进。

### 参考文献:

- [1] Room P M, Hanan J S. Virtual cotton: a new tool for research, management and training[C]// In: Constable G A, Forrester N W, eds. Proceedings of the World Cotton Research Conference - 1: Challenging the Future, Brisbane, 1994. Melbourne, Australia: CSIRO, 1995:40-44.
- [2] Room P M, Hanan J S, Prusinkiewicz P. Virtual plants: new perspectives for ecologists, pathologists and agricultural scientists[J]. Trends in Plant Science, 1996(1):33-38.
- [3] 郭炎,李保国. 虚拟植物的研究进展[J]. 科学通报, 2001, 46(4):273-280.
- [4] 焦永和. 计算机图形学教程[D]. 北京:北京理工大学, 2000.
- [5] 赵星, de Reffye P. 熊范纶,等. 虚拟植物生长的双尺度自动机模型[J]. 计算机学报, 2001, 24(6):608-615.