

# 基于核 Fisher 判别分析的意识任务识别新方法

高湘萍, 许 丹, 吴小培

(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039)

**摘 要:**提出一种新的基于核 Fisher 判别分析的意识任务识别新方法。该方法首先通过核函数建立一个非线性映射, 把原空间的样本点投影到一个高维特征空间, 然后在特征空间应用线性 Fisher 判别。利用不同意识任务生成的脑电数据对 KFDA 和 FDA 进行比较, 最后用线性支持向量机进行分类和识别, 并与非线性支持向量机进行了比较, 结果表明 KFDA 的识别率明显优于后二者。

**关键词:**核 Fisher 判别; 核函数; 支持向量机; 意识任务识别

**中图分类号:** O235

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2006)09-0082-03

## A New Mental Task Recognition Method Based on Kernel Fisher Discriminant Analysis

GAO Xiang-ping, XU Dan, WU Xiao-pei

(Ministry of Education Key Lab. of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui Univ., Hefei 230039, China)

**Abstract:** A new mental task recognition method based on kernel Fisher discriminant is proposed. The method is based on a non-linear mapping from input space to feature space using kernel function. Linear Fisher discriminant is used in feature space. KFDA-based mental task recognition method is tested and compared with FDA and non-linear SVM using the same EEG signals. Experiment results indicate that the performance of KFDA-based mental task recognition method is superior to the others.

**Key words:** kernel Fisher discriminant analysis; kernel function; support vector machine; mental task recognition

### 0 引 言

脑机接口 (Brain-Computer Interface, BCI) 技术是当今生物医学工程领域的一个热点研究课题, 目前世界上已有四十多个研究单位或小组从事 BCI 方面的研究工作。脑机接口技术研究的主要内容是希望建立人脑和计算机 (或仪器设备) 的直接通信, 进而实现人脑对外部设备的控制。其中, 脑电 (EEG) 信号是人脑对机器传送控制信息的载体<sup>[1]</sup>。

常用的脑电生成方法有: P300 事件相关电位法; 稳态视觉诱发电位法 (SSVEP); 事件相关同步 (ERS) 和去同步 (ERD) 法; 皮层慢电位法等<sup>[1]</sup>。这些方法生成的脑电均采集于头皮电极, 是当前从事 BCI 研究的主要脑电获取手段。此外, 采用植入式电极的脑电获取方法也被用于 BCI 研究, 但考虑植入电极对人体产生一定的伤害, 因此植入电极脑电采集方法主要用于动物的 BCI 实验。无论采

用哪种脑电生成方法, 由于脑电信号是微伏量级的弱信号, 混入脑电信号中的外界干扰成分以及无用背景都会对脑电中有用信息的提取造成很大影响。因此有效合理的脑电特征选择和提取算法是 BCI 研究的另一重要环节。

文中的研究对象是左右手运动意识的脑电特征选择和提取。至今已有不少有关该问题的研究报道。报道中不同的研究者采用不同的脑电特征进行运动意识分类, 如自适应 AR 模型的参数、AR 谱、mu 节律能量、核主成分分析等<sup>[2~4]</sup>。文中提出一种基于核 Fisher 判别分析 (简称 KFDA) 的意识任务特征提取与识别的新方法。其主要思想来自于统计学习理论中非线性支持向量机的核技巧<sup>[5]</sup>, 即首先通过一个非线性映射, 将输入空间的脑电数据映射到一个高维特征空间中, 使不同意识任务下的脑电数据在特征空间中变得线性可分 (或近似线性可分)。然后, 在此特征空间中进行线性 Fisher 判别分析<sup>[5]</sup>, 找出使得类间离散度最大而类内离散度最小的投影方向 (投影轴), 从而实现相对于输入空间为非线性的 Fisher 判别分析。随后将测试数据向这些轴上进行投影, 投影系数就是所提取的测试数据的非线性特征。

### 1 线性 FDA 算法

以两类别分类为例, 设待分类的样本有  $n$  个:  $x_1, x_2, \dots$

收稿日期: 2005-12-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60271024); 安徽省人才开发基金资助项目 (2004Z028)

作者简介: 高湘萍 (1974-), 女, 安徽肥东人, 硕士研究生, 研究方向为智能信号处理; 吴小培, 教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向为生物医学信号处理。

$\dots, x_n \in R^d$ 。在进行 Fisher 判别分析时,目标是找到线性投影方向(投影轴),使得训练样本在这些轴上的投影结果为:类内散度最小,类间散度最大。

定义类内均值矩阵  $m_i$ :

$$m_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in \omega_i} x, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

其中  $n_i$  为各类样本数。

总类内离散度矩阵  $S_w$ :

$$S_w = \sum_{i=1,2} \sum_{x \in \omega_i} (x - m_i)(x - m_i)^T \quad (2)$$

样本类间离散度矩阵  $S_b$ :

$$S_b = (m_1 - m_2)(m_1 - m_2)^T \quad (3)$$

最佳投影方向是通过最大化下面的目标函数得到的:

$$J(w) = \frac{w^T S_b w}{w^T S_w w} \quad (4)$$

其中  $w$  就是投影方向向量。

考虑到(4)式的尺度不变性,可以令其分母为非零常数,然后用 Lagrange 乘子法求解得到下面的特征值问题:

$$S_b w^* = \lambda S_w w^* \quad (5)$$

其中  $w^*$  就是(4)式的极值解,也就是矩阵  $S_w^{-1} S_b$  的最大特征值对应的特征向量。测试样本在这个向量上的投影系数就是所提取的测试样本特征值。

## 2 KFDA 算法

KFDA 算法的思想是:首先通过一个非线性映射,将输入数据映射到一个高维的特征空间中,然后在这个特征空间中再进行线性 Fisher 判别分析,从而实现相对于输入空间为非线性判别分析。

在进行 KFDA 时,首先通过非线性映射  $\phi$  将输入数据映射到一个高维特征空间中,即

$$\phi: R^d \rightarrow F \quad x \rightarrow \phi(x)$$

这时输入的训练样本由原来的  $x$  变为  $\phi(x)$ ,然后在这个特征空间  $F$  中进行线性 FDA。现在的问题变为在  $F$  空间中最大化下面的目标函数:

$$J_F(w) = \frac{(w^\phi)^T S_b^\phi w^\phi}{(w^\phi)^T S_w^\phi w^\phi} \quad (6)$$

式中  $w \in F$ ,  $S_b^\phi$ ,  $S_w^\phi$  是  $F$  中相应的矩阵,分别为

$$S_b^\phi = (m_1^\phi - m_2^\phi)(m_1^\phi - m_2^\phi)^T \quad (7)$$

$$S_w^\phi = \sum_{i=1,2} \sum_{x \in \omega_i} (\phi(x) - m_i^\phi)(\phi(x) - m_i^\phi)^T \quad (8)$$

$$m_i^\phi = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \phi(x_j^i) \quad (9)$$

由于  $F$  空间的维数通常很高,有时甚至是无穷维,因此(6)式的直接求解就变得很困难。对于这个问题,可以借用非线性支持向量机的核方法,引入以下内积核函数

$$k(x_i, x_j) = k_{ij} = \phi^T(x_i) \phi(x_j) \quad (10)$$

来隐含地进行运算,定义核矩阵  $K$  为

$$K = [K_1 \quad K_2] \quad (11)$$

$$(K_i)_{pj} = k(x_p, x_j^i), \quad p = 1, \dots, n, \text{ 是 } n \times n_i \text{ 矩阵}(i =$$

1, 2), 是全体样本分别与类 1、类 2 间的内积核矩阵。

由再生核理论<sup>[6]</sup>可知,  $F$  空间的任何解  $w^\phi$  都是  $F$  空间中的训练样本的线性组合,即:

$$w^\phi = \sum_{j=1}^n \alpha_j \phi(x_j) \quad (12)$$

由(12)式和(9)式推导出:

$$w^T m_i^\phi = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{n_i} \alpha_j k(x_j, x_k^i) = \alpha^T M_i \quad (13)$$

式中  $(M_i)_j = \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} k(x_j, x_k^i)$ , 是第  $i$  类各个样本与总体的内积核的均值。利用(12)式和(7)式,并结合(13)式,可将(6)式的分子写成:

$$w^T S_b^\phi w = \alpha^T M \alpha \quad (14)$$

式中  $M = (M_1 - M_2)(M_1 - M_2)^T$ 。

利用(8)式和(12)式对(6)式的分母进行如下变换:

$$w^T S_w^\phi w = \sum_{i=1,2} \sum_{x \in \omega_i} (w^T \phi(x) - w^T m_i^\phi)(w^T \phi(x) - w^T m_i^\phi)^T = \alpha^T N \alpha \quad (15)$$

式中的  $N = \sum_{i=1,2} K_i(I_i - Y_i)K_i^T$ , 其中  $I_i$  是  $n_i$  阶单位矩阵,

$Y_i$  是全部元素为  $\frac{1}{n_i}$  的  $n_i$  阶方阵。

在  $F$  空间中,求解 Fisher 线性判别函数:

$$\max_{\alpha} J(\alpha) = \frac{\alpha^T M \alpha}{\alpha^T N \alpha} \quad (16)$$

该判别函数隐式地对应原空间的一个非线性判别函数,因此,它是一种非线性方法。求解矩阵  $N^{-1}M$  的最大特征值对应的特征向量就可求得上式的最优解。测试数据在特征向量  $w^\phi$  上的投影是这样计算的:

$$(w^\phi \cdot \phi(x)) = \sum_{i=1}^n \alpha_i k(x_i, x) \quad (17)$$

在实际应用中为了防止  $N$  非正定,使解更稳定,通常引入一个正则化参数  $\lambda$ , 令  $N_\lambda = N + \lambda I$ ,  $I$  是单位矩阵。文中取  $\lambda = 0.001$ 。

## 3 仿真实验

实验数据来自于奥地利 Graz 科技大学 Pfurtscheller 在互联网公布的肢体运动想象脑电数据(BCI - competition 2003), 含 140 组训练数据和 140 组测试数据。测试电极 C3、Cz、C4, 采样率为 128Hz, 共 9s1152 点。将 C3、C4 两导联并联, 寻找头两个最大投影方向。文中所用的核函数是在核 PCA 和支持向量机中较为有效应用的 RBF 核<sup>[7]</sup>:

$$K(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / (2\delta^2))$$

取  $\delta^2 = 0.01$ 。

实验是在 Matlab 仿真环境下进行的。图 1 显示的是训练数据在最大投影方向的值的分布, 上图为 FDA, 下图为 KFDA, 横轴表示第一投影方向, 纵轴表示第二投影方向。从图中可以清楚地看出, 在 FDA 投影中两类之间有较大混叠, 而核 FDA 则很好地将同类聚集在一起, 而将不同类有效地分开, 基本无混叠。最后, 利用这些投影点进行分

类,要找到一个合适的阈值,在这里采用的是一个线性支持向量机。还给出了对原始数据直接应用非线性支持向量机分类的结果,其核函数及其参数是用十折交叉验证找出的使训练错误率最低的多项式核  $K(x_i, x_j) = (1 + x_i \cdot x_j)^d, d = 4$ 。

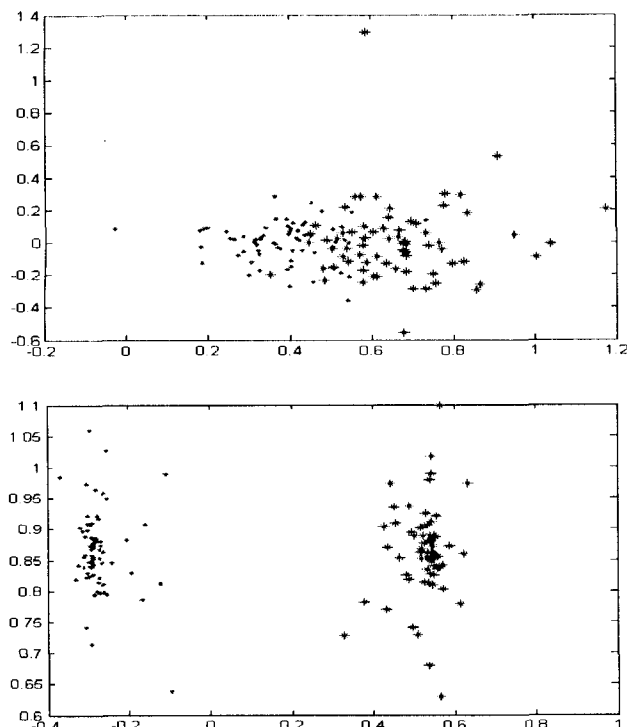


图 1 训练数据的投影分布

表 1 是对 KFDA 与 FDA 识别结果的比较,从表中可以看到,KFDA 比传统 FDA 识别效果有显著提高(提高了 5.7 个百分点),二者均比非线性支持向量机识别率高很多。KFDA 识别率比 BCI - competition 2003 公布的参赛者用其它方法获得的最佳识别率仅低 4 个百分点,而比第二名还高了一个百分点<sup>[8]</sup>,这说明 KFDA 确实是一种有效的特征提取方法。

表 1 两模型验证结果比较

方法	FDA	KFDA	非线性支持向量机
识别率	111/140=79.3%	119/140=85.0%	99/140=70.7%

(上接第 81 页)

说,小波变换和 DCT 之间的差别很小,对视频编码来说其差别则更小。而且 DCT 同样具有小波多分辨率图像的特性并且其计算较小波简洁,所以,DCT 变换具有很强的生命力,在未来的图像压缩中必将还能发挥重要的作用。

#### 参考文献:

- [1] Cho N I, Lee S U. Fast algorithm and implementation of 2D DCT[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1991, 38(3):297 - 305.
- [2] 钟伟才,刘 静,焦李成. H.263 中全零系数块预测的新方法[J]. 中国图形图像学报,2002,7A(12):1271 - 1273.

#### 4 结 论

由于脑电信号的复杂性,有效的意识特征分散于大量的特征数据中,且具有较强的非线性。传统的 Fisher 判别只能局限于线性空间,在处理非线性问题时往往不能取得好的效果。核 Fisher 判别法是一种基于 Fisher 线性判别的非线性判别法。这种方法由于使用了核技巧,从而将 Fisher 判别推广到了非线性空间,有效地提高了判别分类效果。实验结果证明 KFDA 是一种非常有效的意识任务特征提取方法,非常值得推广应用到其它领域,而对 KFDA 的核函数进行深入研究也是很有价值的。

#### 参考文献:

- [1] Eleanor A, Currana B, Stokesa M J. Learning to Control Brain Activity: A Review of the Production and Control of EEG Components for Driving Brain Computer interface (BCI) systems[J]. Brain and cognition, 2003, 51(3):326 - 336.
- [2] Schloegl A, Lugger K, Pfurtscheller G. Using Adaptive Autoregressive Parameters For a Brain - Computer - Interface Experiment[A]. The 19th Annual International Conference IEEE/EMBS [C]. Chicago, USA: [s. n.], 1997. 1533 - 1535.
- [3] Pfurtscheller G, Aranibar A. Event - related Cortical Desynchronization Detected by Power Measurements of Scalp EEG [J]. Electroencephalography and Clinical Neuro - physiology, 1977,42:817 - 826.
- [4] 薛建中,闫相国,郑崇勋. 用核学习算法的意识任务特征提取与分类[J]. 电子学报,2004,32(10):1749 - 1753.
- [5] 边肇祺,张学工. 模式识别[M]. 北京:清华大学出版社,2000.
- [6] Shawe - Taylor J, Cristianini N. Kernel Methods for Pattern Analysis[M]. 北京:机械工业出版社,2005. 48 - 68.
- [7] 苑诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,施普林格出版社,1997. 428 - 441.
- [8] Schlögl A. Outcome of the BCI - competition 2003 on the Graz data set[Z]. Berlin, Germany:Graz University of Technology,2003.

- [3] Xiong Z, Orchard M, Guleryuz O. A DCT - based embedded image coder[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 11(3): 289 - 290.
- [4] Xiong Z, Orchard R K. A comparative study of DCT and wavelet based image coding[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 1999, 9(8):692 - 695.
- [5] 陈 军,吴成柯. 基于 DCT 变换的内嵌静止图象压缩算法[J]. 电子学报,2002,30(10):1570 - 1573.
- [6] 赵德斌,张大鹏,高 文. 基于层次 DCT 变换的嵌入式图象编码方法[J]. 软件学报,2001,12(9):1287 - 1293.