

矩形件优化排样问题的混合遗传算法求解

韩喜君, 丁根宏

(河海大学理学院, 江苏南京 210098)

摘要:利用遗传算法结合剩余矩形排样法求解矩形件正交排样问题。通过遗传算法将矩形件正交排样问题转化为一个排列问题,并引入剩余矩形排样算法来惟一确定每一个排列所对应的排样图(即排样方案),两者结合用于求解矩形件排样问题。最后用此混合遗传算法对文献[1]中的两个算例进行了验证,表明了其有效性。

关键词:正交排样;排样方案;剩余矩形;遗传算法

中图分类号:O224;TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2006)06-0219-03

Solving the Packing Problem of Rectangles
with Hybrid Genetic Algorithm

HAN Xi-jun, DING Gen-hong

(College of Sciences, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The genetic algorithm and the surplus rectangle algorithm are used for solving the orthogonal packing problem of rectangles in this paper. First, the rectangles packing problem is turned into a permutation problem. Second, a surplus rectangle algorithm is introduced to decode the permutation of rectangles to the corresponding packing pattern uniquely. Thus, a new hybrid genetic algorithm is formed to solve this packing problem. At the end of this paper, the new genetic algorithm is validated by two examples, and the fact shows that the new algorithm presented by this paper is efficacious.

Key words: orthogonal packing; packing pattern; surplus rectangle; genetic algorithm

0 引言

矩形件排样优化通常是指在给定的矩形板材上排放所需要的矩形件,使排放区域的板材废料尽可能的少,以达到节省板材的目的。它是一个典型的组合优化问题,应用范围非常广泛,在工程领域中如冲裁件排样、玻璃切割、报刊排版、家具下料、服装裁剪、皮革裁剪、造船、车辆和发电设备生产中都存在大量的排样问题。从计算复杂性上来看,这类问题属于具有最高计算复杂性的一类问题——NP 完备问题,很难求得精确最优解。因此在实际应用中,为避免排样搜索空间的组合爆炸,常采用遗传算法^[1,2]、模拟退火法^[3]等近似算法来降低计算的复杂程度。并在此基础上结合各种排样算法,求解排样问题的近似最优解。对于矩形件的排样算法,已有较多不同的设计,BL 算法是最具代表性的。Stefan Jakobs、Patrick Healy、刘德全等人在此基础上,分别提出了多种基于遗传算法思想的矩形件优化排样算法^[1,2,4],但这些排样算法对板材的利用率都不是很高。剩余矩形排样法^[5,6]是目前所提出的一种更有效的排样算法,该方法记录了所有可利用的空间,更能合理地分配给待排样的矩形件,提高了

每个排样方案的板材利用率,更接近最优排样方案。例如如图1(a)中下方的空洞以往的排样算法都无法利用,矩形4只能被排到上方。而利用剩余矩形排样法可以很好地解决这个问题,它可以使矩形4充分利用下方的空间,如图1(b)所示。

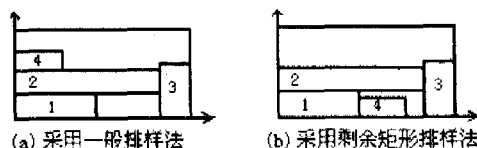


图1 剩余矩形排样法的优越性

基于这些分析,文中采用剩余矩形匹配法来作为排样算法,结合遗传算法,构成启发式混合遗传算法,用于更好地解决矩形件正交排样优化问题。

1 排样问题描述

1.1 矩形件排样问题

矩形件排样问题按排样要求可分为在定宽无限长板材上排样求最小长度、在无限多定宽定高板材上求最少板材个数等,但从根本上讲,都属于同一类问题。因此在文中不妨假设所要解决的矩形件排样问题是在定宽足够高的板材上正交地排放所给定的矩形件,目的是寻求最佳的矩形件排放次序使板材利用率最高。这里所谓的正交排

收稿日期:2005-11-11

作者简介:韩喜君(1981-),女,江苏常熟人,硕士研究生,研究方向为优化与控制;丁根宏,副教授,主要从事运筹学方面的研究。

放是指每一个矩形件的边在排放时必须平行于板材的边。同时允许矩形件(长宽)直接排放(即横排,矩形件的长平行于板材的定宽)或是旋转九十度再排放即竖排。基于上述假设,问题描述如下:

给定板材宽为 W , 高为 H (足够高, 可以排下所有矩形件)。所要排放的矩形件共 n 个, l_i 和 w_i ($l_i \geq w_i$) 分别为矩形件 i 的长和宽 ($i = 1, \dots, n$)。则板材利用率可表示为 $\sum (l_i \times w_i) / (W \times h)$, h 为排样高度, 即矩形件排样后所占用板材的总高度。

1.2 问题解的数字串表示以及适应度函数的构造

为便于问题求解, 对 n 个矩形件分别用整数 $1, \dots, n$ 编号, 一个矩形件的排样方案对应于一个串对 $D = (P, R)$, $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ 。其中, p_i 为第 i 个被排入板材的矩形件编号 ($1 \leq p_i \leq n$); r_i 为相应矩形件的排样方式, 0 表示不旋转直接横排, 1 表示旋转九十度再排放。根据剩余矩形排样法, 便能唯一地确定每一串对所对应的排样方案以及排样图。

由于排放时定宽, 只需考虑排放高度, 并且假设足以排下所有矩形件, 故在遗传算法中可构造适应度函数 $F(D) = h/H$ 。其中 h 为矩形件全部排入后所占用的板材高度。显然, 适应度函数值越小越好, 取值范围 $[0, 1]$ 。

2 剩余矩形排样算法

剩余矩形排样算法用一个矩形数据集合来表示板材目前的剩余位置情况, 任何未被排样的空间(包括孤立的缝隙), 都在矩形集合中表示。而在每一个矩形件被排入前, 都需根据这个矩形集合中的数据来选择最为合理的位置进行排放。下面给出剩余矩形排样的算法描述:

(1) 开始时剩余矩形数据集合 S 中仅有一个矩形, 即板材本身 $s_1, s_1 = ((0, 0), (W, H))$, 其中 s_1 中两个元素分别为矩形左下角坐标和右上角坐标, 下同。令 $S = \{s_1\}$ 。

(2) 从排列中取出第一个需排的矩形件 p_1 (设长为 l_{p1} , 宽为 w_{p1}), 将 p_1 根据相应的排放方式 r_1 排在板材的左下角, 计算板材剩余矩形集 $S = \{s_1, s_2\}$ 。若 $r_1 = 0$ (横排), 则 $s_1 = ((l_{p1}, 0), (W, H))$, $s_2 = ((0, w_{p1}), (W, H))$, 如图 2; 若 $r_1 = 1$ (竖排), 则 $s_1 = ((w_{p1}, 0), (W, H))$, $s_2 = ((0, l_{p1}), (W, H))$ 。

(3) 依此类推, 按顺序逐一排放 p_i ($i = 2, \dots, n$), 直至所有矩形排放完毕。每放入一个矩形件, 都需要根据剩余矩形集确定其排放位置, 即在剩余矩形集中选择宽高均大于等于此矩形件的底部最低的最靠左的剩余矩形(先靠下后靠左), 并让矩形件与剩余矩形的左下角重叠。同时由于新矩形件的放入, 又将引起剩余矩形集 S 的改变。每次形成的新矩形集 S 都需进行整理: 去掉面积为零的或已无法排下所剩的任何一个矩形件的剩余矩形, 把具有完全包含关系的剩余矩形中面积小的矩形去除, 有相交关系的矩形全部保留。得到新的剩余矩形集, 为下一次排放使用。

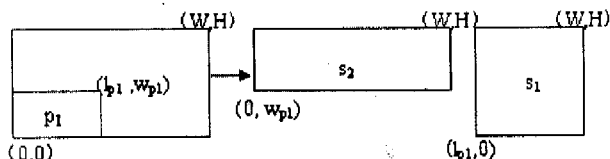


图 2 剩余矩形的产生过程

3 基于剩余矩形排样法的遗传算法

3.1 编码表示和适应度函数的构造

同上文中 1.2 小节。

3.2 初始化

随机选取 m 个编号排列(每个矩形所对应的排列方式随机选取为 0 或 1) 作为初始父代种群, 利用剩余矩形排样算法求其适应度函数值, 并对其按适应度函数值由小到大排序。 m 为遗传算法种群大小, 即种群中含有个体的个数, 用 A_i 来表示排好序后的初始解群中处于第 i 位的个体。

3.3 遗传操作

(1) 择优: 在父代种群产生后, 保留其中最好的一个解, 作为子代种群中的一个, 记为 A_{m+1} 。

(2) 在父代种群中以一定概率选取某一个体, 对其进行一次互换变异(即任选此个体串中的两位数字, 交换其所在位置), 得到新的个体。以此方法产生 $m-1$ 个新个体, 这样, 加上方法(1)中的 A_{m+1} , 就产生了 m 个新的个体 $A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_{2m}$ 。

(3) 以较小的概率对原父辈个体中的每一个矩形进行旋转变异(改变其排样方式), 或重新随机产生新的可行解, 结合上述两种方法生成 m 个新个体, 记为 $A_{2m+1}, A_{2m+2}, \dots, A_{3m}$ 。

(4) 对父代种群 $A_1 \sim A_m$ 逐个进行倒位变异, 即随机选择两个位置 k_1, k_2 , 然后将这两个位置所夹的子串进行反序。如 $(1\ 3\ 4\ 5\ 2\ 6)$, $k_1 = 3, k_2 = 5$, 倒位后变成 $(1\ 3\ 2\ 5\ 4\ 6)$ 。这样又产生 m 个新的个体 $A_{3m+1}, A_{3m+2}, \dots, A_{4m}$ 。

(5) 综上, 通过重组和变异等不同方式由父代解群生成了 $3m$ 个新的个体 $A_{m+1} \sim A_{4m}$, 然后将这些新的个体按照适应度函数值从小到大排序, 从中选取 m 个最优的构成下一代种群。

3.4 终止条件

重复上面的遗传操作, 直至所得最好解的适应度函数值达到了期望值(最优值或近似最优值)或进化多少代以后, 停止计算, 输出最好的解作为问题的最终结果。

4 实例验证

为了测试算法的有效性, 对文献[1]中的两个算例进行了验证。并与文献[2]中的结果进行了比较, 结果如下(两个例子所用板材规格都为 15×40):

例 1: 25 块矩形件进行排样(图 3(a)、(b)、(c)分别为实例 1 原图、文献[2]所得排样图以及文中所得排样图)。

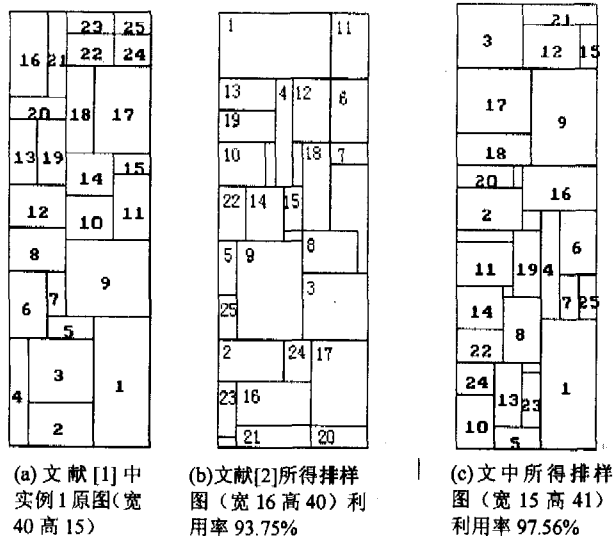


图 3 实例 1 原图、文献[2]所得排样图和文中所得排样图

例 2: 50 块矩形件进行排样(图 4(a)、(b)分别为实例 2 原图和文中所得排样图)。

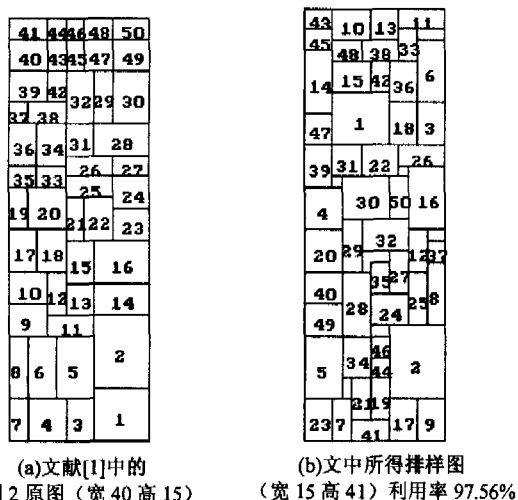


图 4 实例 2 原图和文中所得排样图

由上述两个例子可以看出在文献[1,2]中都对这两个算例用不同的方法进行了求解,但效果都不是很好,文献

[1]所得最好结果为宽 40 高 17,利用率为 88.24%,文献[2]所得最好结果为宽 16 高 40,利用率为 93.75%。而文中通过将遗传算法与剩余矩形排样算法进行结合,在设置种群大小为 300、终止代数数为 50 代的条件下,得到了比以往更好的解,板材利用率达 97.56%。

为进一步验证方法的有效性,又随机模拟了 10 个 25 块矩形排样的例子,运用上述方法求解,均得到了近似最优解,成功率较高。充分说明该方法用于求解矩形件正交排样问题具有较高的有效性和可行性。

5 结 论

探讨了矩形件正交排样优化问题的遗传算法求解,将其转化为排列问题,并提出了将排列转化为相应排样图的剩余矩形排样算法,讨论了此混合遗传算法的具体实现。并通过实例验证表明这种方法与传统方法相比具有更高的准确性、有效性以及可行性。尽管如此,仍然未能求得矩形件排样问题的最优解,这还有待于今后作进一步的研究改进。

参考文献:

- [1] Jakobs S. Theory and Methodology on Genetic Algorithms for the Packing of Polygons[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 88: 165 - 181.
- [2] 刘德全, 滕弘飞. 矩形件排样问题的遗传算法求解[J]. 小型微型计算机系统, 1998, 19(12): 20 - 25.
- [3] 贾志欣, 殷国富, 罗 阳, 等. 矩形件排样的模拟退火算法求解[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2001, 33(5): 35 - 38.
- [4] Healy P. An Optimal Algorithm for Rectangle Placement[J]. Operations Research Letters, 1999, 24: 73 - 80.
- [5] 李满江, 孟祥旭, 王志强. 矩形件和任意多边形排样问题的算法及应用[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2002, 31(4): 126 - 141.
- [6] 刑文训, 谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 129 - 136.

(上接第 147 页)

对于以上结果,采用相应的成熟加解密算法^[4,5]验证了其结果正确性。以上测试了仿真器 DES, RSA 加解密功能,实际上也基本测试了整个仿真器的工作正确性。

4 结 论

文中所介绍的仿真器是为拥有自主知识产权的 GX0108 智能令牌系统的开发而设计的,在工程应用中,该仿真器使得 GX0108 智能令牌系统的系统硬件与软件的设计同步进行,大大加快了系统设计速度,节省了项目开发周期。由于时间与能力有限,该仿真器未能实现电子密钥体系结构及 GDC2000 CPU 的评测功能,这也是本仿真器未来进

一步努力的方向。

参考文献:

- [1] 国芯安集成电路设计有限公司. E - KEY 体系结构概述[R]. [出版地不详]: 国芯安集成电路设计有限公司, 2002.
- [2] Magnusson P S. SimICS/sun4m[Z]. Sweden: Swedish Institute of Computer Science, 1998.
- [3] Kruglinkski D J. VC++ 技术内幕[M]. 王国印译. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [4] 卢开澄. 计算机密码学(第 2 版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [5] Hottice. 如何产生素数[EB/OL]. www.vccode.com, 2003.